# 『百科全書』における応用数学の諸問題について

# *Sur quelques problèmes en ce qui concerne les mathématiques appliquées dans l' Encyclopédie*

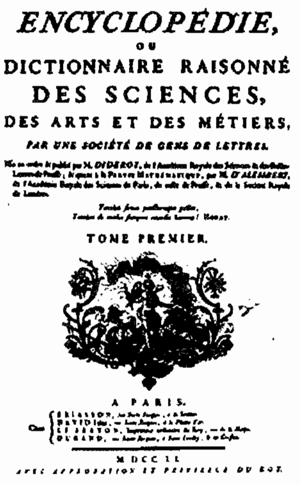
大阪大学　但馬　亨

Toru TAJIMA, Osaka Univ.

**概要**

ディドロとダランベール主導のもと 18 世紀フランスで編纂された，『百科全書』は，いわば巨大な人智の総結集の様相を呈するものであった．しかし，その巨大な項目群のうち数学の分類ならびに記述は幾分不可思議な要素を秘めている．現代数学の常識としての区分は，純粋ならびに応用という２項目が存在するのが妥当なのだが，『百科全書』における区分は第三の項目「物理数学的数学」(mathématiques phisico-mathématiques)が存在している．この項目は他の２項目のうちのとりわけ，「応用数学」の項目といかなる相違点と同一性をもっているのか本論では解説を行う．

つづいて，この項目の主要執筆者であるダランベール自身の数学観について理解を深化させるため，同時代のフランスにおける枢要な研究者であったビュフォンの数学観とも対照させる．このことによって，現代の数学者とも，またそれ以前の17世紀の数学者達とも異なる，18世紀独自の数学観を抽出できるであろう．



ENCYCLOPÉDIE,
OU
DICTIONNAIRE RAISONNÉ
DES SCIENCES,
DES ARTS ET DES MÉTIERS,
PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES.

TOME PREMIER.

A PARIS.

MDCCLI.

## 1．百科全書の成立

本論で主として扱うテキストである，『百科全書』の正式名称は，『百科全書，すなわち人文主義者の会による，科学，技術ならびに工芸の，理性化された事典　』（*l' Encyclopédie, ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers, par une Société de Gens de Lettres*）と呼ばれるものである．主幹編集者は，有名な18世紀の啓蒙思想家ディドロとダランベールの二人であり，彼らを中心としていわゆる「百科全書派」187名が構成され執筆にあたった．この二人による編集期間は1751年から1772年にかけてであり，完成されたものは全8巻，図版2巻，発行部数4250部の，当時としては威容を誇る，まさに18世紀における人智の総結集であった．この『百科全書』の成立のいきさつは，それ自体が一つの学会を構成し得るほど巨大な研究対象であり，すでに多くの先行研究があるので，詳述はここでは差し控えるが，数学史・科学史の文脈で指摘すべき点として，大陸に伝播したニュートン主義の18世紀中葉における重大な総結集といった，数理物理学的史的重要性においても格別の意味をもつ辞典であったことは，いかなる18世紀科学史研究者も認めるところであろう．この数理物理学的項目の主要執筆者が，主要編集者の一人ダランベールであった．

## 2．ダランベールと『百科全書』

ジャン・ル・ロン・ダランベール（Jean le Rond d' Alembert, 1717-1783）は，騎士と伯爵夫人の私生児として，後に彼がその名を冠することになった今は無きパリのジャン・ル・ロン教会の前に遺棄された．近隣のガラス職人夫婦に引き取られた彼の，知識人としての早熟ぶりは際立ったもので，２０代のうちにすでにフランス王立科学アカデミーの寵児として，数学，物理学，哲学の各方面でその天才を如何なく発揮した．この百科全書派知識人の双璧をなす彼の主要業績は以下の二分野に整理されよう．

- 著作『動力学論（*Traité de dynamique*）』，「流体の釣り合いと運動論」，「風の一般的原因に関する研究」等，物理数学的諸問題
- ディドロ、ルソー、コンディヤックらの哲学者とも知己，のちディ

ドロと『百科全書』出版計画を実行し，長大な序論を公刊.

■ 『百科全書』における記述項目：「数学」「方程式」「動力学」「力学」「原因」「加速的」など150.

ただし，このうちの後者については，若干の但し書きが必要である．すなわち，1759年にルソーとの論争から責任編集者から退くという事件が発生するため，彼の編纂作業に対する貢献はその時分から停止する．つづいて1760年以降，彼の関心は数学・物理学外へと移行するため，われわれが主として扱うのは，ダランベールの40代前半までの業績である.

## 3．『百科全書』における数学分類

さて，これから実際に彼による人智の見取り図というべき『百科全書』の項目を概観してみよう．人間知識の総体は，まず最も大きな大分類からすると，以下のように分けられる.

1. Histoire issue de la Mémoire（記憶に由来する歴史）
2. Philosophie issue de la Raison（理性に由来する哲学）
3. Poésie issue de l`Imagination（想像に由来する詩学）

この3分類のうち，項目2である「哲学」のさらに下位に以下の分類がある.

1. Science de Dieu　（神についての知識）
2. Science de l’Homme　（人間についての知識）
3. Science de la Nature　（自然についての知識）

ここでscienceというフランス語について，科学という訳語を当てなかったのは，相応の意味がある．すなわち，もともとscienceという語は，ラテン語のscientiaにその起源を有しており，この語はさらに，ラテン語のscioという基本動詞を名詞化したものであった．この動詞の指し示す意味は，現代英語のknowとほぼ同義のものであり，全知全能であるキリスト教

の神がもつ上智(Sophia)にたいして，有限な人間の所有する「知識」といった意味合いしか本来的にはもっていない．したがって，われわれが「自然科学」,「科学者」という意味で使うscience, scientistといった意味は，実は比較的あたらしく，この時代においても科学という訳語を自動的に当てはめると不具合が生じるからである．すなわち，たとえば上記の項目1について,神学と称されるものにもscienceという語が冠されているのは，より汎い意味でscienceという語が使用されていたことの証左なのである．

項目の分析を続けよう．さらに（3）自然についての知識の下位分類に以下の項目が存在している．

1. Métaphysique générale（一般形而上学）
2. Mathématiques （数学）
3. Physique （物理学）
4. Chimie （化学）

この項目のさらに2番目に，いよいよ本論の対象である数学がある．この項目2はさらに，以下のように分類されている．

1. Mathématiques Pures （純粋数学）
2. Mathématiques Mixtes （混合数学）
3. Mathématiques Physicomathématiques （物理数学的数学）

ここで，われわれは奇妙な第3の区分に遭遇する．「純粋」と「応用」という二分法を19世紀以降の数学において適用するのは，しごく自然なことのように思えるのだが，それとは違うこの3分法がさす意味はいったいなんなのであろうか．「純粋」数学という区分が，われわれには周知であることはよしとして，それ以外の区分を2種類準備したのは，何故なのだろうか．ダランベールはこの余分に設けた区分で何を表明したかったのであろうか．この問題を理解するためには個別の項目の分析から，慎重にこの項目間の差異を理解する必要があるだろう．まずは，項目2として定立される「混合数学」を扱う．

## 4．混合数学の示す内容

混合数学とは *Mathématiques Mixtes* の訳語であるが，もともとこのmixteという形容詞自体フランス語特有の動詞 *mélanger* を分詞として使用せず，ラテン語の mixtus を導入している点が奇異であり，Petit Robert 等によると 18 世紀以前の使用は稀である．したがって，英語の数学語彙としてすでに存在していた mixed mathematics をフランス語化したものであり，もともとのラテン語直系の語彙として大陸にあったものとは言い難い．事実，17 世紀から混合数学という用語は英国の数学書ではよく登場するものである．さて，『百科全書』の記述を引用してみると以下のようになる．

□ La seconde classe s'appelle *Mathématiques mixtes*; elle a pour objet les propriétés de la grandeur concrete, <u>en tant qu'elle est mesurable ou calculable</u>; nous disons *de la grandeur concrete*, c'est - à - dire, de la grandeur envisagée dans certains corps ou sujets particuliers. (article de *Mathématiques* dans l' *Encyclopédie*)

つまり，「測定可能で計測可能である」という条件のもとで具体的大きさ（量）の性質を考察する学問の一形態が，混合数学というわけである．以下，その指すところの個別科目を列挙しよう．

□ Du nombre des *Mathématiques* mixtes, sont la Méchanique, l'Optique, l'Astronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydrostatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou Navigation, *&c.* (article de *Mathématiques* dans l' *Encyclopédie*)

すなわち，この項目２の指す具体的な学科内容は，力学，光学，天文学，地理学，年代学，軍事建築学，静水力学，水理学，水圏学，航海術を指す．この分類を読む限り，少なくとも応用数学，応用物理学の範疇で理解できる学科を混合数学に含むものだと結論付けることができるのだが，それだ

け Mathématiques という語の示す学科内容が広汎であったことを示す事例であるとも考えられる．つづいて，問題の「物理数学的数学」という項目3の記述を分析する．

## 5．物理数学的数学とは何か？～分裂した記述～

さて，問題の項目3「物理数学的数学」(Mathématiques Physicomathématiques)である．実はこれから問題にするこの項目は，これまで引用した辞典の見出し項目には存在するが，実際の記述項目として見当たるものを何も見出すことができない特殊な事例である．そこで，関連する用語が一つでもないか様々な関連項目を調査すると，「物理数学」(physicomathématiques)という記述項目が見つかる．以下引用しよう．

□ On appelle ainsi les parties de la Physique, dans lesquelles on réunit l 'observation & l' expérience au calcul mathématique, & où l 'on applique ce calcul aux phénomenes de la nature. Nous avons déja vû au *mot* Application, les abus que l' on peut faire du calcul dans la Physique; nous ajouterons ici les refléxions suivantes. (article de *physicomathématiques* dans *ibid.*)

すなわち,「物理数学」とは，自然学(Physique)の一部を形成するものであり，観察と実験に数学的計算を合一させる，もしくはこの計算を自然現象に応用する知的営為を総体として表象する用語なのである．数学的方法に基づいた自然理解は,有名なガリレオの宣言から科学革命の世紀を通じて,ニュートン物理学の完成を遂げたこの時代に，大きな完成を見た方法論であった．しかしダランベールによれば，その乱用については反省すべき余地があり記述は以下のように継続している．

□ Il est aisé de voir que les différens sujets de Physique ne sont pas également susceptibles de l 'application de la Géométrie.
自然学の様々な主題について，**それぞれが等しく幾何学（数学）に応用可能であるというわけではない．**

□ Si les observations qui servent de base au calcul sont en petit nombre, si elles sont simples & lumineuses, le géometre sait alors en tirer les plus grand avantage, & en déduire les connoissances physiques les plus capables de satisfaire l 'ésprit;

**実験はわずかであっても，単純，明晰である場合には幾何学者は自然学的知識を演繹できる．** (article de *physicomathématiques* dans *ibid.*)

つまり実験結果で得られた数値データに基づいて数学による演繹的な推論を行うことを旨としているこの物理数学は，いくら母集団のデータが豊富であっても，そこから明晰な結果を得られることができないようなケースが存在していて，そこにも尚のこと数学的推論を用いることなきようにという，一種の数学的認知の限界についても触れている．このことは，ニュートン的パラダイムがラプラスのデーモンのような極大の完成を遂げようとしている18世紀においては，非常に珍しい慎重な主張であるように思える．しかしながら，この控え目な主張がアカデミーの保守本流の一人から発せられていたという事実は，さらに驚くに値するものであろう．ここで，この正しい演繹を導かない無益な実験とはなにか，さらに記述を読解してみよう．

...quand l'expérience est muette, on ne parle que d'une manière confuse. Enfin, si les matieres qu'il se propose de traiter ne laissent aucune prise à ses calculs, il se rendroit alors aux simples faits dont les observations l'instruisent; (article de *physicomathématiques* dans *ibid.*)

つまり，「実験が何も語らなかった際には，われわれは混乱して語らざるを得ない．ついには，取り扱おうと企図する材料は，この計算には何ももたらさず，観察が教える単純な事実しかもたらさないのである．」という事態が，物理数学が何の科学的結果も生み出さない事例とされる．演繹的議論

をなすことは，このその本質的意味として「貧しい」実験データからもなし得るものなのだが，そこから何らかの新たな科学的成果が得られる訳ではない，このような事例も存在し得るというわけである．先の記述の補足であるが，数学そのものの研究よりも，物理数学の本質的困難性を指摘するという意味で，この記述も興味深いといえよう．

さて，「物理数学的数学」そのものは無いにせよ，前述以外にも纏まった記述は無いのだろうか．実は上段の説明の直後にも別種の記述があるのだが，これはまたしても奇妙な性質をもつ．というのは，前段のものとは明らかに異質だからである．項目名称がきわめて類似していて混同を招きやすいが，「**物理数学的科学**」(sciences physico-mathématiques)という別の記述項目が唐突に出現し mathématiques 分類が sciences になる箇所が出てくるというのである．この記述以降で記される具体的学科は以下のとおりである．

> sciences *physico-mathématiques*, la Méchanique, la Statique, l'Hydrostatique, l'Hydrodynamique ou Hydraulique, l'Optique, la Catoptrique, la Dioptrique, l'Airométrie, la Musique, l'Acoustique, *&c.* (article de *physicomathématiques* dans *ibid.*)

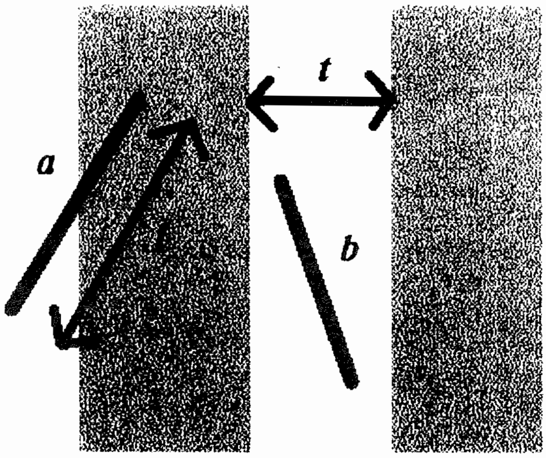
「力学（動力学)，静力学，静水力学，流体力学，もしくは水力学，光学，反射光学，屈折光学，空気測量学，音楽（楽理)，音響学」がその内容であるが，これは遡って数学の大分類の項目２に存在していた「混合数学」との重複がみられる．したがって，この記述「物理数学的科学」の分類自体が論理的に一貫した何等かの分類方針に依拠していたかというとかなり疑わしい．むしろ，この重複分類が出現する直前の「物理数学」という方法論のもつ効用，限界等の思想的内容こそが，ダランベールが主たる関心と精神的集中をもって記述に臨んだ箇所ではないかと想定されるが，この記述の不均衡がはたして何に起因するのか断定的に原因を特定することは残念ながら現時点の閲覧資料からはできない．今後の研究の課題である．

## ６．ダランベールとビュフォンを巡る状況

さて，ここで先の『百科全書』の諸数学関連の記述に関連して，記述者ダランベールのもつ数学に関する思想・哲学を同時代の有力な科学者と比較してその対照を明確にしてみたい．引き合いに出すのは，ビュフォンである．両者の数学観の相違は当時の王立パリ科学アカデミー近傍の数学者内でもとりわけ好対照であり，さらには政治的にも両グループの確執は有名であった．まず，ビュフォンという学者についての概略を述べたい．

ビュフォン(Georges-Louis Leclerc, Comte de Buffon, 1707- 1788)は，18世紀フランスを代表する自然誌学者であるが，他にも数学，宇宙論等にも業績を残している．ただ，彼は生物学史上で最も重要な人物として知られている．というのは，学問としての生物学が成立する前段階に，「自然誌（史)」(Histoire Naturelle *Fr.*, Historia Naturalis *Lat.*)という前段階の研究が，ヨーロッパ各地のアカデミーで展開されていたが，18世紀までのこの自然誌研究を彼が総結集したからである．彼の研究に基づいて，後世ラマルク(Jean-Baptiste de Monet Lamarck, 1744-1829)やダーウィン(Charles Darwin, 1809-1882) らの本格的生物学研究が開始されたことも指摘すべきであろう．彼の主要業績は2点ある．一つは『一般と個別の博物誌』(*l' Histoire Naturelle, générale et particulière, avec la Description du Cabinet du Roi* , 1749-78), vols. 36+8(死後補完分)，そしてもう一つはまたは『自然の諸時期』(*Les Epoques de la Nature*, 1778)という二大作品があり，前者がビュフォンの名前をとりわけ有名にしたが，後者では地球の年代測定，惑星天文学の嚆矢となるような研究もなしている．

このような経歴をもつビュフォンであるが，博物学・生物学者としての側面だけでなく，先に述べたように数学にも秀でていたことはあまり強調されない．彼は，いわゆる「ビュフォンの針」(Aiguille de Buffon)の問題を考察し，またフーリエ以前に熱伝導現象についてまとまった定量的考察を行ったとされ，ヴォルテールの言に寄れば「フランスにおけるニュートン派の頭領」とまで評された人物である．彼の数理物理学的業績はあらためて単独で考察するだけの価値のあるものだが，その中でも「ビュフォンの針」の問題を一つだけ取り上げて，彼の数学者としての独創性を紹介してみたい．




「ビュフォンの針」問題

ビュフォンによって，1733年フランス科学アカデミーで紹介された，「フランク・キャローの遊びに関する論文」（*Mémoire sur le jeu du Franc Carreau*, présenté à l' Académie des Sciences, 1733）で考察された問題は以下のようなものであった．

□ 床に多数の平行線を引き，その際針を落とすと，針が平行線によって区切られた領域を横断する確率はどうなるか？

いま，与えられた長さ $l$ の針を 距離 $t$ の平行線の上に落としたとすると，この線分と落下した針が交差する確率は二つの独立確率変数の積として決定される．この二つの変数は，まず針の中心部分から最寄りの線分までの距離を $s$ とし，$\theta$ を線分と針の角度とすると以下のように定められる．つまり，まず $s$ が 0 と $t$ の中間にある確率密度関数は $2/t \cdot ds$，つづいて角度 $\theta$ が垂直未満になればよいので，この際の関数は $2/\pi \cdot d\theta$．したがって，この2関数の積をとる同時確率密度関数は，$4/t\pi \cdot ds \cdot d\theta$であるから，$t \geqq l$ と $t<l$ で場合分けしてそれぞれの変数で重積分してやればよい．

総じて，この論考による数学史上の貢献とは，それまで用いられなかった確率統計の議論に積分計算（この場合は二重積分）をはじめて導入した点にある．1713年に出版されたヤーコプ・ベルヌーイ（1654-1705）の『推測術』（*Ars Conjectandi*）等からはじまって間もない18世紀確率論は，い

まだ確率空間の導入など19世紀以降の厳密科学としての洗礼を受ける以前の段階であったが，解析学との親和によって，より広範な予想が成り立つことを指摘したという点で，ビュフォンの数学者としてのポテンシャルは非常に高いものであった．ここで，ビュフォンとダランベールの後援者について，[隠岐 2011]の記述を参考にしながらその概略をまとめると以下のようになろう．

- ビュフォン：モールパ伯爵の庇護下．伯爵は軍事官僚機構との関係が深く，宮内大臣と海軍大臣を務めアカデミー名誉会員．他に近衛兵の軍人数学者ダルシ、海軍関係者のボルダ等とも親交を結ぶ．
- ダランベール：ビュフォンと異なり高級官僚・軍人との接点がない．クレロー，ヴォルテールの信奉者等アカデミー周辺の知識人が主要な支持者．

このように，ダランベールはその背後の人脈としては軍隊・官僚組織双方からの支持が盤石とはとても言いがたい状況にあったが，それに比してビュフォンは強力な政治的基盤を有していた．この流れが変化するのは，「Philosophes の征服」([Brunel 1884])と呼ばれる政治的運動以降であり，既存勢力の中枢にいた分ビュフォンは政治的発言力を失っていく．

## 7．ダランベールとビュフォンの数学観

こういった異なる政治的状況を有していた二人の数学観についてであるが，こちらも[隠岐 2011]の第四章（115－129 頁）に体系的な記述があるので，これを参照して簡略化すると以下の要素に還元できる．

### ダランベールの数学観

- デカルト主義の継承者：基本的にデカルト・ライプニッツの伝統的な大陸側の数学観を保持する．
- 数学こそが実在する対象を正確に把超して組織し，更には現象の本

質を見つけ出し見通すことを可能にする.

- □ 数学は確実な論証のための言語であり，その応用、すなわち観察と実験が数学的計算と結合されうる程度に応じて諸分野の科学としての確実性（certitude）が高まる.
- □ 数学による確固たる確実性を得た分野の頂点:物理天文学(astromie physique)
- □ この方法論に当てはまらない現象（磁石，電気）:不確実な知識(article de *physicomathématiques* dans l’ *Encyclopédie*, [Baker 1975], p. 23)

これにたいして，ビュフォンの数学観は以下である.

**ビュフォンの数学観**

- □ 科学的知識の確実性は必ずしも数学的論証の可能性にのみ基づくものではない.
- □ ビュフォン：真理には「数学的」なものと「自然学的」(physique)なものの二種類が存在する.
- □ 数学的真理とは定義による真理であり，単純で厳密だが抽象的かつ恣意的な仮定を対象とする.
- □ 数学は実在とは直接の関わりを持たない純粋に抽象的な対象の構成物．あくまで規約的に定められた「仮定や定義の正確な反復」(des répetations exactes des hypotheses et des définitions).

ここでビュフォンの価値観の中でもとりわけ枢要をなす２つの区分についてより詳細に取り扱うと以下のようになろう.

- □ 数学：あくまで観念世界で展開される「抽象的な科学」(sciences abstraites)
- □ 自然学：数学とは異なる「実在の科学（実在を扱う科学)」(sciences réeles).

すなわち，ビュフォンは観察から観察へと論が進むような自然学こそが「確実性」に到達するとし、数学が定義から定義へと議論を進めることで到達するのは「明証性」の概念であると区分するのである（[Buffon 1749a], pp. 53-55.）．この２概念の分離はビュフォン特有の現象であり，ダランベールのような伝統的デカルト主義者には見られない重要な相違といってよい．それに加えて，先に論じた政治的状況の相違もこの二人には存在していて，相違点のみ目立つように思えるが，ここで二つの点に留意しなければならない．すなわち，一つは，ビュフォンは数学的知識が無効だとみなしているわけではなかったこと．そしていま一つは「物理数学的数学」の項目前半でもすでに論じたように，ダランベールの主張には自然学のすべてが数学的知識に還元できるとは言っていない，という点である．かくして，博物学の巨人が実は数理物理学的知識そのものを無効な存在だとみなすような議論は存在していなかったし，数理物理学の寵児であった若き数学者も，けっして極端な数学原理主義者・数学還元論者でなかったのである．

**総括**

これまでの論点をここでまとめてみよう．まず，『百科全書』には現在のわれわれが抱く，応用数学や応用物理といった概念とは似て非なる純粋数学外の概念が存在しており，その中でもとりわけ「物理数学的数学」項目においては，執筆者ダランベール自身の概念の錯綜のようなものが伺える．しかし，この記述は単に混乱に終始するのみではなく，彼の数学や物理学についてのあるべき像を投影したものとなっていた．ニュートン主義的世界観の完成に伴って，数学を応用した科学の隆盛は，アカデミー内外を問わず，自然な趨勢を形成していたが，ダランベールの価値観はそれとは一線を画す慎重なものである．ここには自然哲学全般へと適用できると見込む，いわば数学万能主義についての牽制的記述が見られ，彼の数学像の神髄は，当時から好対照をもって比較されたビュフォンと比較的近縁にあるものであった．

## 参考文献：1次及び2次資料


- [Brunel1884]: Brunel, Lucien, *Les philosophes et l' Académie française au dix-huitième siècle*, Paris, 1884.
- [Buffon 1749a]: Buffon, *L' Histoire Naturelle, générale et particulière, avec la description du Cabinet du Roi* , Paris, (1749-78).
- [Baker 1962]: Baker, Keith M. ``An Unpublished Essay of Condorcet on Technical Methods of Classification' ' , *Annals of Science* 18(1962), pp. 99-123.
- [Baker 1975]: Baker, Keith M. *Condorcet From Natural Philosophy to Social Mathematics*, Chicago & London: Univ. of Chicago Press, 1975.
- [d' Alembert 1765] d' Alembert, Jean le Rond, In *Opuscules mathématiques* (Paris, 8 tomes, 1761-1780).
- [隠岐 2011]: 隠岐さや香著 『科学アカデミーと「有用な科学」』名古屋大学出版会, 2011年