

## 数理科学の起源としてのエウクレイデスについて

中央大学文学部兼任講師

三富照久

[teruhisa31@yahoo.co.jp](mailto:teruhisa31@yahoo.co.jp)

(概要) エウクレイデス (ユークリッド) は、「原論 (ストイケイア)」の著者としてあまりにも有名であるが、伝統的なギリシア的マティマティケー (数論、幾何学、音階論、天体論など) の研究・編集者として、音階論、天体論、の著作も残している、「カノンの分割」「ハルモニア論入門」「ファイノメナ (天体・球面幾何学)」などである。また「オプティカ (視学)」「カトプトリカ (反射視学)」は、いわゆるピュタゴラスの四科に入らない意欲的なマテマタとして、ギリシア的マティマティケーの内容をヘレニズム的の科学に変革する重要性を持つものと考えられる。この論説では、「オプティカ」「カトプトリカ」を分析しながら、エウクレイデスをアルキメデス、ガリレオに繋がる数理科学の起源として考察する。

### §1 「原論」によるエウクレイデス像

ギリシア数学史研究で有名なヒースは、エウクレイデスについて「エウクレイデスはつねに、ほとんど「原論」の著者としてだけ知られ、アルキメデス以後のギリシア人たちは、彼の名前を使うかわりに彼を、原論の著者、と呼んだ。この驚くべき書物は、不完全であるにもかかわらず、世界の所有権に帰している初等教科書のうちでは最大のものとして存続している。」注1) と述べ、「オプティカ」や「カトプトリカ」などを、「原論」や「デドメナ」などの (純粋数学の) 理論書以外の、応用数学 (applied mathematics) に属するものとしている。

また「オプティカ」については「いわば透視画法 (perspective) についての基本的な論文であり、事物は、種々の観点から、または種々の距離において、その事物 (本来) のものと比較してどのように (見える) か、を説明している。」と述べている。注2) ヒースのギリシア数学史の研究結果は20世紀前期のものとして、やや古い部分もあると思われるが、長い間ギリシア数学史の一つのスタンダードとして通用してきたものである。上のヒースの記述では、エウクレイデスは、ほとんど「原論」の著者としてだけ知られていた、とあるが「原論」はそれまでの研究成果を体系的に編集したものであり、公理的なストイケイア (原論) はエウクレイデス以前から、例えばメガラのヒポクラテスなどによって編集されていたとされる。注3) すでにアリストテレスは「形而上学」の哲学用語集 (第5巻) において、ストイケイア (原論) を幾何学の基礎を構成するものとして、正しく解説している。注4) つまり「原論」はそれを参照することが必要とされる辞書的な性格を持つものであり、エウクレイデスはいわばその決定版を編集したということに他ならない。そのような仕事はまさにプトレマイオス王朝発足当時の首都アレクサンドリアの学問的雰囲気を反映していると思われる。アレクサンドリアには大図書館と王立の学術機関 (ムセイオン) があり、長い間吟遊詩人によって伝承されてきたホメロスの作品の決定版を、パピルスに残すべく古典文献学が花開いていた。この古典文献学は、諸説あるホメロスの伝承を、一定のルールで主観を交えずに正確に編集していくものであり、その編集の方向性はストイケイア (原論) の決定版を作成するというエウクレイデスによる「原論」の編集方針と類似しているとも言える。さてエウクレイデスの「原論」は、そのようにアルキメデスらによって権威ある「辞書」として活用され、エウクレイデスはその著者・編集者として一定の尊敬を集めていたと思われるが、当時「原論」以外のエウクレイデスの著作に影響力がなかったかと言えば、そうは簡単に言い切れない。前に述べたようにエウクレイデスはギリシア的マティマティケー全般に渡って著作を残しており、それはやはりそ

れまでの各分野での研究成果をまとめて編集する（パピルスで出版する）という方向でなされていたからである。音階論についての、より数学的な「カノンの分割」などは、ピュタゴラス学派のハルモニア論（音階論）に批判的なアリストクセノス、アリストテレスの門弟でより自然学的な「音楽原論」（ストイケイア・ムシケー）を著した、と両者のハルモニア論を統合した後世のプトレマイオス、いわゆるアルマゲストの著者、のハルモニア論の間を繋ぐ意味で、重要な役割を果たしたと言えよう。注5） また「オプティカ」などと同様にギリシア的マティマティケーの範囲を超えられるメカニケー（機械学）の著作もあり、それがアルキメデスに影響を与えたとも推測される。注6）

注1） T.L.Heath 「A Manual of Greek Mathematics」 Oxford Univ. Press 1931

邦訳「ギリシア数学史」平田、菊池、大沼、訳 共立出版、1959

注2） エウクレイデス全集第4巻、岩波書店、2010、この解説において、高橋憲一氏は「オプティカ」を「透視画法」として、ルネサンス遠近法の起源と考えることを、明確に否定している。また「オプティカ」では光の性質は出てこないの、ニュートンの「Optics」の様に「光学」と訳すことも出来ない。またヒースは「カトプトリカ」を偽作と述べているが、高橋憲一氏は真作の可能性が高いとしている。

注3） エウクレイデス全集第1巻、岩波書店、2008、における斎藤憲氏の論証数学の起源についての解説。

注4） アリストテレス全集、「形而上学」出隆訳、岩波、1968、ストイケイオンは（自然の）基本元素を意味する、火、水、土、空気、など。それと関連して幾何学的諸命題のストイケイアが言及されている。

注5） 「古代音楽論集、アリストクセノス、プトレマイオス」山本建郎訳、京都大学出版会、2008

注6） 「科学の名著、アルキメデス」朝日出版、1981、において佐藤徹氏は、失われたアルキメデスの著、「機械学」（内容は釣り合いの静力学）の復元において、アルキメデスの先駆的役割として、エウクレイデスの著作とされる「天秤について」（「てこの原理」の数学的証明が含まれる）を紹介している。

## §2 「オプティカ」は応用数学か？

ヒースは「オプティカ」を応用数学（applied mathematics）に分類しているが、これはもちろん「原論」を純粋数学（pure mathematics）と理解して、それと対比しているからと思われる。しかし機械学（静力学）の著作、「平面版の平衡について」や「浮体について」を書いたアルキメデスについては、応用数学という言い方をしていない。ヒースは純粋数学・応用数学の分類の理由として、「アリストテレスは、視学、音階論、天体論、をギリシア的マティマティケーのうちでより自然学的な分科と呼び、これらの科目と機械学とは、その命題の証明を純粋数学の諸科目に負っている。」と述べて、アリストテレスの学問分類を、現代と対比させている。確かに、「オプティカ」においては、7つの定義（仮定）から公理的演繹によって、事物が眼からどのように見えるか、を幾何学的に証明している。科学革命の世紀と言われる17世紀のガリレオとの大きな違いは、「自然は神によって、幾何学（数学）の言葉で書かれている。」と言う、キリスト教的な自然（Natura）に対する強い信念は、「オプティカ」ではまだ表立って現れていない、と言うことである。「オプティカ」における真理性は、定義（仮定）の正しさと、幾何学的演繹（論理的演繹）に依存している。この点は、アルキメデスも基本的には同じであり、このような証明されない第一原理からの論理的演繹による知識体系を、アリストテレスは「分析論後論」において、論証的学知（エピステーメー）と呼んでいる。アリストテレスは、「オプティカ」をギリシア的マティマティケーの中で、より自然学的な分科と呼んだとされるが、そもそも「自然学」（フュシケー）そのものが、アリストテレスによって初めて、ヘシオドス以来の伝統的な散文詩のような形ではなく、専門用語の確定・整理と共に学

問的立場を厳密に基礎付けられたのであって、それによってギリシア的マティマテューケーも、古ピュタゴラス派のような宇宙創成を反映するような哲学的探求から一応距離を置いた、論証体系としての学問的知識（エピステーメー）として、自然学と共存する様な性格として限定されていったと言えよう。注7） アリストテレス以前の古ピュタゴラス派、例えばフィロラオスにおいては、数は万物を反映するアルケーとして、数の探求はまさしく宇宙創成の謎を解くものとして、自然探求と一体化して述べられている。その後、分散したピュタゴラス教団の学究派（マティマティーコイ）の伝統において、立方体倍積問題を解いたアルキュタスを経て、エウドクソス、テアイテトスなど、プラトンのアカデメイアで純粋にギリシア的マティマテューケーを研究・講義する人々が現れた、と推測される。注8） 歴史的には、自然学をピュタゴラス派的マティマテューケーから分離・独立させたのがアリストテレスであって、もともとギリシア的マティマテューケーを研究する人々において、最初から自然学的な分科とそうでない分科という分類が強く意識されていたわけではない、と思われるのである。注9） では、ヒースの様にアリストテレスに従って、「オプティカ」などを、現代の応用数学（**applied mathematics**）に対応させて良いか、という点には大いに疑問が残る。なぜならば、アリストテレスの「自然学」（その基礎付けとしての「形而上学」と共に）の体系は、まさにガリレオ・デカルト・ニュートンらの17世紀科学革命によって、否定され崩壊することになるからである。つまり現代に繋がる近代の自然科学は、ガリレオやコペルニクス、などによって、アルキメデスやプトレマイオスなどのギリシア的マティマテューケー（特にヘレニズム化した）の、仮説（定義・公理）からの論証体系としての価値を、再確認することから始まっているからである。したがって、ヒースの様に「オプティカ」などを応用数学（**applied mathematics**）と呼んでしまうと、コペルニクス、ガリレオなどの研究も、応用数学に分類せざるを得ない、という事になってしまうからである。現代の数学（**mathematics**）とギリシア的マティマテューケーは、決して同じ意味を与えない。ヒースの応用数学という言い方は、現代の学問分類としての純粋数学と応用数学という数学の分類を、安易にギリシア的マティマテューケーに当てはめてしまったものであり、クーンの科学革命論における2つのパラダイム間の「通約不可能性」に反している可能性が大きい、と思われる。近代自然科学（数学的自然学）への繋がりを考えれば、ギリシア的マティマテューケーは、「数学」と訳すよりも「数理科学」と訳す方が、最適ではないとしてもまだ弊害が少ないのではないかと推測される。

注7）「自然学・数学・メカニカ、アリストテレスを中心に」和泉ちえ、科学史研究、1990、この論文において和泉氏は、アリストテレスによって始めてマティマテューケーより優位に立つ学としての「自然学」が確立されたと述べている。

注8）「ピュタゴラス派、その生と哲学」ブルー・チェントローネ、斎藤憲訳、岩波、2000

注9）「ピュタゴラス学派の学問論」和泉ちえ、ギリシア哲学セミナー論集V、2008

### §3 「オプティカ」「カトプトリカ」の意義

「オプティカ」は事物が眼からどのように見えるか、「カトプトリカ」は鏡によって事物はどのように見えるか、を考察している。視覚がギリシア時代においても、認識にとって非常に重要視された事は、プラトンやアリストテレスらの言葉からわかる。アリストテレスは「形而上学」の冒頭において、「(人は) 見ることを、いわば他のすべての感覚にまさって選び好むものである。その理由は、この見る事が、他のいずれの感覚よりも最もよくわれわれに物事を感知させ、その種々の差別を明らかにしてくれるからである。」と述べている。注10) またプラトンは、「ティマイオス」において、「視覚こそまさに、我々の最大の裨益をなす原因

である、なぜなら、万有を話題としている今の話にしてみても、仮に我々が星も天も見たことがなかったとしたら、何も語ることはできなかったのである。」と述べている。注1 1) 17世紀科学革命においても、ケプラー、デカルト、ニュートンらは重要な「光学」の研究を残している。ガリレオが太陽黒点を発見できたのも、光学の研究による望遠鏡の発明があったからである。それらの起源的な研究として、エウクレイデスの「オプティカ」や「カトプトリカ」があると言えよう。エウクレイデス以前には、視覚の原因・構造について、色々な説があったと言われる。注1 2) エウクレイデスは「眼からどのように見えるか」を数学的に既述するため、眼から直線としての視線 ( $\rho\phi\iota\zeta$ ) ができていると仮定している。さて、「オプティカ」は、7つの定義 ( $\rho\rho\omicron\iota$ ) を公理的な前提として、命題を証明していくが、使われるのは平面幾何の知識であって、「原論」や「デドメナ」の命題の結果も利用されている。したがって、この7つの定義がアルキメデス、やガリレオ、ニュートンらの数学的自然学(数理論理学)の前提(公理・要請など)に相当するという事ができる、と言うよりもエウクレイデスの「オプティカ」の方が、そのような数学的自然学の原型として、いわば数理論理学の起源としての役割を果たしていた、と見る方が自然であろう。

「オプティカ」の7つの定義は以下の通りである。

「(以下のことが) 仮定されるとする。

- 1 a) 眼から外に引かれて描かれる直線は、膨大な大きさの距離を運ばれること
- 1 b) 眼から出る視線は、互いにある隔たりを作る直線に沿って運ばれること
- 2) 複数の視線によって囲まれる図形は、その頂点を眼に、またその底面を見られるものの縁に持つような円錐であること(視覚ピラミッド!)
- 3) 視線がそこに落ちるものは見えること、また視線がそこに落ちないものは見えないこと
- 4) より大きな角によって見られるものは大きく、またより小さな角によって見られるものは小さく、また等しい角によって見られるものは等しく現れること
- 5) より高い射線によって見られるものはより高く、またより低い射線によって見られるものは等しく現れること
- 6) より右の射線によって見られるものはより右に、またより左側の射線によって見られるものは、より左側に現れること
- 7) より多くの角によって見られるものは、より鮮明に現れること」注1 3)

現在から見ても、視覚の性質としては妥当なものが多い。

以下のことが、「仮定されるとする」の原語は  $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$ 、(文法的には、 $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\mu\alpha\iota$  の命令形) であり、もともとは「下に置く」が原義であり「仮定する」という意味にもなるが、サポーはその著「ギリシア数学の始原」において、「数学上の仕事においては、種々の定義あるいは一般に基礎原理が、 $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$  (下に置き、提示せよ) という言葉によって導入されることも少なくなかった。」と述べ、アルキメデスの「浮体について」の要請(アイテーマタ)を例に挙げている。注1 4) サポーは「原論」の様な公理的論証数学の起源を研究するという姿勢をとっている為、より自然学的な「オプティカ」についての言及はほとんど登場しない。しかしサポーの指摘は、はからずも「オプティカ」にも正しく適合し、さらにアルキメデスとエウクレイデスの共通点としての  $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$  (仮定せよ) の重要性を、喚起しているとも言えよう。エウクレイデ

ス「原論」の要請（アイテマタ）の様な出発点となる基礎前提は、多くの命題を作成・証明する中で、その必要性を確定してゆくものであろう。「オプティカ」の定義も、内容的には視覚の性質を幾何学的に観察・反映・論証してゆく過程で、要請のような役割を果たすものとして確定していったものと思われる。つまり理論の論証の正しさは、数学的演繹によるものとしても、結果としての自然学的な正しさは、自然観察から生まれた定義（内容的には要請）によるものと言えよう。そういう意味でも、エウクレイデスの「オプティカ」などは、アルキメデスに連なる数理科学の起源的モデルと言って良いと思われる。

注10) 「アリストテレス全集12 形而上学」出隆訳、岩波、1968

注11) 「プラトン「エピノミス」における数学的世界像」和泉ちえ、千葉大学、人文研究、2002

注12) 「エウクレイデス全集・第4巻」高橋憲一氏による解説「ギリシア視覚理論の大枠組み」において眼への流入説、眼からの流出説、中間的な立場などが文献をふまえて解説されている。

注13) 同上、「オプティカ」には、細部が異なる2つの版があり、それを高橋氏はテキストA、テキストBと呼んでいる。テキストBがいわゆるテオン改訂版と言われるもので、1b) がそちらの定義である。

注14) アルパッド・サボー「ギリシア数学の始原」中村・村田訳、玉川大学出版、1978

#### §4 エウクレイデスからアルキメデス・ガリレオへ

前節で指摘したアルキメデスの「浮体について」を、エウクレイデスの「オプティカ」と比較してみよう。

「浮体について」第1巻、は アイテマタ1（要請1）として次の一節から始まっている。

「液体とは次のような本性のものと仮定せよ。……」注15)

原文は、「 $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$ 」から始まっており、エウクレイデスの「オプティカ」と全く同じである。

ヒースの「The works of Archimedes」では、Postulate 1、として、「Let it be supposed that ……」と訳されているが、「 $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$ 」以下の内容を、要請として解釈した結果であろう。ここで、Postulate は、エウクレイデス「原論」の要請（アイテマタ）の英語訳でもあり、ヒースの理解する純粋数学としての「原論」と、ヒースの理解する静力学としての「浮体について」が、まさに同じ公理的出発点としての要請から始まっている事に注意したい。この「浮体について」第1巻は、水中の物体の比重について考察しており、「エウレーカ、エウレーカ（わかった！わかった！）」と叫んだ、かの有名なアルキメデスの逸話、王冠を壊さずに金の割合をさぐる、の根拠となる水中での物体の比重と浮力について述べられている。17世紀科学革命の推進者たるガリレオが、22歳で最初の論文「小天秤」を書く時に、綿密に参考にしたのが、このアルキメデスの「浮体について」と「平面版の平衡について」であったと、ガリレオ自身が述べている。注16) 17世紀に、アルキメデスやエウクレイデスの著作が、ラテン語で読めるようになったのは、16世紀の出版革命によって、カルダノ、コマンディーノらによるラテン語訳が出版された事による所が大きい。後に、ガリレオは、「レ・メカニケ」（機械学）において、研究に適合した術語の定義と、基本的な幾つかの仮定（スポジツィオーネ）の必要性について言及している。この「浮体について」のラテン語訳で、古典ギリシア語の要請（アイテマタ）に対応するのが、Suppositio であり、「(以下の事を) 仮定せよ」の  $\upsilon\pi\omicron\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$  に対応するのが、Supponatur~である。この

Suppositio について伊東俊太郎氏は、もともとある論証体系の基礎におくものという意味で、「暫定的」という含蓄はなく、ガリレオにとって論証体系の基礎となるような論理的ないし直感的に明証な原理を意味し、実験はこの原理から導出される帰結が、自然界の現象と（近似的に）合致することを確認するものなのである、と述べている。そして伊東俊太郎氏は、前述の「仮定からの推論」(ex suppositione) を、アルキメデスと共通の論証科学の方法として、積極的に認めることにより、ガリレオを「動的なアルキメデス主義」者であると主張している。注17) しかし、もともと「仮定からの推論」としての論証科学は、エウクレイデスの「オプティカ」や「カトプトリカ」にも全く当てはまるのであって、ヒースのように応用数学という分類は、その数理科学としての本質を見えにくくしている、と思わざるを得ない。

以上見てきたように、「仮定からの推論」を共通の性格とする論証科学の推進者として、「オプティカ」の著者であるエウクレイデスは、アルキメデス～ガリレオに繋がる数理科学の一つの起源として認めて良いと思う。

注15) 「Greek Mathematical Works II」 I.Thomas, Loeb classical Library, 1941

注16) 「世界の名著 ガリレオ」 豊田利幸、編集、中央公論社、1973、ガリレオ「小天秤」含む

注17) 「人類の知的遺産 ガリレオ」 伊東俊太郎、講談社、1985

## §5 ヘレニズム数理科学の誕生

マティマティケーからヘレニズム数理科学が誕生してゆく過程を歴史的に振り返り、ヒースのような「原論」を純粋数学、「オプティカ」などを応用数学とする見方の起源を考察する。アレクサンドリアのヘロンによると、マティマティケーという名称を始めて使用したのはピュタゴラス派であり、マティマティケーは幾何学と数論より成っている、と伝えられている。注18) ピュタゴラスが開いたクロトンのピュタゴラス教団においては、ピュタゴラスの言葉（戒律）を重視する戒律派と、数や幾何学の研究を重視する学究派（マティマティーコイ）に分かれていたとされる。「そら豆を食べてはいけない」や「パンをちぎってはいけない」などはピュタゴラスの教え（言葉）であり、それらは魂の不死や輪廻などのより根本的な教義と密接に結びついていた。ピュタゴラスはエジプトなどのオリエント地域を旅し、神官達と交流し宗教的秘儀を学んだとされるが、最初の自然学者と言われるタレスとの大きな違いは、テトラクテュス（1:2, 2:3, 3:4の比を表す4元三角形）を神聖視するなど、宇宙創成についての形而上学的思考と数や幾何学の研究が本質的に関連して認識されていることである。タレスもエジプトに渡り神官たちと交流し幾何学の研究を始めたとされ、初めて幾何学としての「証明」を発明し、またアリストテレスの伝えるように「万物の始原（アルケー）は水である」と述べ、神話的思考によらない自然学探求を始めたとされるが、自然学の探求とエジプトの縄張り師の技術から生まれた平面幾何学（ゲオメトリア）の研究には、直接的な思想的関連性は見られない。反対派の襲撃の後、南イタリアにあるクロトンのピュタゴラス教団は崩壊し、ピュタゴラス派の人々は、ギリシア各地の植民都市（ポリス）に分散することになった。その後、教団内の秘密の教義や内実を、初めて教団外に発表したのがフィロオスであり、そこにはアリストテレスが「ピュタゴラス派の人々は、万物の始原（アルケー）を数であるとしている。」と述べたように、宇宙の原理と数や幾何学の探求（マティマティケー）が渾然一体となっている姿が伝えられている。もちろん、このような学として成熟していないピュタゴラス派の意見にたいして、アリストテレスはその矛盾に対して極めて批判的であり、また各地に分散したピュタゴラス派の分派の意見の違いにより、アリストテレスは常に「いわ

ゆるピュタゴラス派の人々」という言い方で対処し、ピュタゴラス本人の思想としては扱っていない。またピュタゴラス派の一部の人々の行いは、当時のポリスの市民生活から見て奇行として映っていたことが、断片的に知られている。しかし南イタリアに残ったアルキュタスの頃になると幾何学、数論、音階論、天体球面学、などが個別的な学問としてソフィストなどによっても研究されるようになってきており、アンティホンの円積問題の極限的アプローチは有名である。アルキュタス自身、ギリシア三大難問の一つといわれる立方倍積問題を解いており、アルキュタスの弟子のエウドクソスはプラトンのアカデメイアに滞在して研究していて、その地球中心の天球回転論は、アリストテレスの天体論にも影響を与えたと言われている。プラトン自身、その対話篇「国家論」(ポリテイア)において幾何学や数論など、特に立体幾何学の重要性について述べているが、それは哲人王教育の準備教育としてであって、マティマティケーの内実がすでに個別学問化していることがわかる。しかし、プラトンがソクラテスの死後、南イタリアを旅行しアルキュタスらのピュタゴラス派の人々と交流し、後の善のアイデアを中心とするアイデア論を構築する思想的契機になったのが、ピュタゴラス教団による魂の不死や音楽(ハルモニア)による宗教的な解脱という教義であり、幾何学などはまさに感覚を越えたものを認識するというアイデア的な価値において個別学問として認められているのである。またプラトンが強調した立体幾何学(ストレオメトリア)の研究を、歴史的に最初に始めたのもアルキュタスであると言われており、キリスト教神学に圧倒的影響を与えたとされるプラトン晩年の自然についての対話篇「ティマイオス」では、5つの正多面体が宇宙創成において根底をなす、自然の根本元素に対応するものとして語られており、ここにはピュタゴラス教団以来の宇宙創成論とマティマティケーとの密接な関係という構図を見る事ができる。このような宇宙・自然についての形而上学と、マティマティケーとの有機的関連性という図式を、完全に否定して自己の自然学をギリシア自然学の伝統の上に体系的に構築したのがアリストテレスであって、その基礎付けのための考察として「分析論」「自然学」「形而上学」などの講義録が書かれたということも出来る。しかしアリストテレスは、個別的な学問としてのマティマティケーを否定したわけではなく、アリストテレスの著作には多くの幾何学や数論の命題が、具体例として正確に述べられている。アリストテレス自身がアカデメイアで学生であったときには、テアイテトスなどの有名な講師らに幾何学や数論を学んだであろう、とも言われており、個別的な学問としてのマティマティケーの内実をある程度知っていたであろうと思われる。つまりアリストテレスが否定しようとしたのは、ピュタゴラス～プラトン以来のマティマティケーと自然学や形而上学との、誤った過度な思想的干渉であり、それはまた師であったプラトンのアイデア論やアイデア数論の否定にも繋がっていたと言えよう。アリストテレスは自己の「自然学」(内容は4元素、4原因論、4性質、可能態・現実態などの自然学基礎論)の確立と平行して、自然学の個別学問として多くの動物学の組織的研究「動物誌」「動物部分論」「動物進行論」「動物発生論」「動物運動論」や、「天体論」「気象論」「生成消滅論」などを著している。これらは人間の感覚による対象の精密な観察に基づいており、リュケイオンにおけるアリストテレスの同僚や弟子たち(ペリパトス派)の研究、テオフラストスの「植物誌」「植物原因論」、やアリストクセノスの「ハルモニア原論」、ストラトンの自然学の研究、などに引き継がれた。さてマティマティケーを論証的知識としての、幾何学や数論や音階論などの個別学問の総体として解釈しているのは、アリストテレス「分析論後論」であると言えよう。論証的知識とは公理、定義、基礎定立(ヒュポテシス)などから、論理的推論により必然的に導かれた知識である。公理としては、より根源的な排中律や矛盾律などがあるが、これらはエウクレイデス「原論」などでは、証明において自明なものとして使用されていて、「全体は部分より大きい」

などの公理（共通概念）のように表立って述べられていない。恐らくアカデメイアのマティマティケー研究において、自明な原理として共通に認められていたのであろう。アリストテレスの学問分類は、研究対象の違いによって分類されており、数論などは「数は単位からなる多である」ことが定義・基礎定立の例として述べられている。しかしこのようなマティマティケーの個別学問としての具体的基礎付けは、アリストテレスの独創というよりも、エウクレイデスより以前に「原論」を編集したとされるキオスのヒポクラテスなどのような、個別学問としてマティマティケーを研究・推進してきた人々（マティマティーコイ）らによってある程度、理論化されつつあったと想像される。プラトンも「国家論」において、幾何学者の方法として「仮定からの推論」という事を述べている。アリストテレスの「分析論後書」の役割は、演繹的推論をマティマティケー特有の方法として限定することなく、自然学の個別学問、動物学や植物学などにも適用可能な自然的対象の観察による帰納的推理を、マティマティケーと同等な論理的真理性をもつものとして基礎付けることにあると思われる。注19）この事によって、プラトンにおいては誤りやすい感覚によって、イデア論よりも劣るものとされていた自然探求が、論証的知識としての自然学の個別学問として成立し、「自然学」はマティマティケーよりも優位にあるもの（なぜならマティマティケーは運動・変化・成長を説明できない！）として語られることになるのである。しかしマティマティケーにおいて、数論や幾何学は確かに自然学とは全く異なる抽象的对象を扱うが、音階論、や天文学、あるいは「オプティカ（視学）」「カトプトリカ（鏡面学）」「メカニケー（機械学）」などになると、視覚や聴覚や触覚による観察を通じて、全く自然学的対象を含まないとは言い切れなくなってくるのである。だからといってすぐにアリストテレスの自然学の原理に反するということになるわけではない。音階論においてはアリストクセノスによって、それまで教条的であったピュタゴラス派の理論が、より人間の聴覚に適応するものとして修正され、また後にアルキメデスによって重心という新しい自然学的概念によって証明されることになる機械学（メカニケー）も、重さのアリストテレス的説明である土の元素が本来の場所である地球の中心に向かう、という事を否定しているわけではないのである。逆に言えばマティマティケーの個別学問は、自然学的な対象を含んでいても、「分析論後書」で書かれた感覚対象に対する個別学問の形式をとっている限り、論証的知識として一応認められていたという事であろう。このようにして、マティマティケーの個別学問が思弁的形而上学から自由になることによって、エウクレイデスの「オプティカ」「カトプトリカ」「ファイノメナ」や失われた「メカニケー」や、アルキメデスの重心の機械学、「浮体について」「平衡について」や、面積比や体積比の計算である「円について」「円柱について」「放物線について」や宇宙の大きさの計算「砂粒について」（アリストテレスの宇宙有限論による）や、アリストタルコスの天文学（太陽中心説）、などがアレクサンドリアの学問・出版風土の影響を受けつつ、いわゆる「ヘレニズム数理学」として成立していったという事になると私のは思われる。アリストタルコスの太陽中心説は、アリストテレスの天体論（地球中心説）に反しているが、リュケイオンのペリパトス派内においてもアリストテレスの権威は、中世以降に「哲学者」と呼ばれた様に絶対的なものではなく、やや年下の同僚であったテオフラストスや後進のストラトンは、アリストテレスの第一原因としての不動の動者や目的論に対して自由に批判している。注20）ここにはまだ、ロゴスによって自由に哲学するポリスの伝統が残っている。プラトンやアリストテレスの権威が神格化されていくのはローマ帝政以降のことであり、その理由の一つはキリスト教神学のローマ帝国上層部への布教に対する反動としての、新プラトン主義や新ピュタゴラス主義の台頭による所が大きい。（それによって再び数論や音階論は、形而上学や神学との結びつきを深めることとなり、ボエ



ティウスによるピュタゴラスの4科という発想に繋がっていく) エウクレイデスの活躍した頃は、アリストテレスの死後テオフラストスがリュケイオンの学頭を勤めていた頃であり、アレクサンドリアの学問風土への影響はアリストテレスによる直接的影響というより、テオフラストスらによるペリパトス派の共通認識である、感覚に基づく実証的態度の尊重という形の方が大きいと思われる。

では次にヒースの数学の分類(純粹・応用)の起源である、マティマティケーにおける個別学問の分類に戻ると、その主要な理由はまたアリストテレス「分析論後書」の論理的な分類にさかのぼることが出来る。それは、上位の学~根拠についての推論~数学的に思考する者の仕事と、下位の学~事実についての推論~感覚するものの仕事、という分類であって平面幾何学と「オプティカ」、数論とハルモニア論、などの対応が述べられている、例えば下位の学「オプティカ」においては、視線についての命題が上位の学であるエウクレイデスの「原論」や「ドドメナ」の平面幾何の結果を用いて証明されている、という事である。幾何学的な証明という意味では演繹的であるが、「オプティカ」の最初の定義(仮定)は事実に対する観察から得られたものである、という事になる。しかしこれは、推論による論証の構造による分類であって、ハルモニア論(音階論)も伝統的にはマティマティケーに属する個別学問として、研究者であるマティマティーコイらは考えていたはずである。現に「感覚する者」という言い方は、その後普及していないように思われる。アリストテレスのこのような分類の動機としては、幾何学や数論などが原理的に自然学とは異なる、という基本認識によるものと思われる。アリストテレスは「オプティカ」の視線と幾何学の直線の関係について、「自然学」では次のように述べている、「幾何学の方は自然的な線を研究しはするが、これを自然的なものとして研究してはいない。これに反して「オプティカ」の方は数学的な線を研究してはいるが、数学的なものとしての線をではなく、自然的なものとしての線をであるから・・・。」と、そして「オプティカ」や「ハルモニア論」をマティマティケーのなかで、より自然的な学科と呼んでいる。しかしマティマティケーのなかで、より自然的な学科であったとしても、それは「自然学」と完全に同質になるわけではない、なぜならその根拠は「自然学」と本質的に異なる幾何学や数論によって与えられているからである。といっても「オプティカ」などの自然学的な真理性は、観察に基づく最初の仮定と、結果が事実をうまく説明するか、という点にかかっている。この点こそ、アルキメデスらのヘレニズム数理科学が16世紀以降のガリレオらの科学革命に大きな影響を与えた点である。このような自然的な学科を含むマティマティケー(ヘレニズム数理科学)全体において、その根拠を与えるマティマティケー全体の“ストイケイア”がまさしく、エウクレイデスの「原論」に他ならない。

「原論(ストイケイア)」は、数と量についての土台としての基礎理論であり、個別学問としてマティマティケーを研究する、現場のマティマティーコイ(ヘレニズム数理科学者たち)にとっては、自然な分類であったと思われる。後世の新プラトン主義者ポルフィリオスはアルキメデスの言葉として、「マティマティケーの個別学問は皆兄弟であり、それらは最も原初的な2つの兄弟的な類(数と量、つまり数論と幾何学)を研究するからである。」を伝えている。注21) しかし現代の「数学(Mathematics)」を考えると、ヘレニズム数理科学における自然的な学科は、19世紀以降の科学の細分・職業化によって、物理学、天文学、光学、音響学などに分化してしまった。現代「数学」は狭義には、ヘレニズム数理科学における数論や幾何学(いわゆる根拠の学)にしか対応していないと言うべきであろう。ヒースの分類は「数学(Mathematics)」を、ヘレニズム数理科学となるギリシアのマティマティケー全体に対応させているのであって、これはエウクレイデス「原論」を純粹数学として特別視すること

によっている、しかし「原論（ストイケイア）」は、事実としてはギリシア的マティマティケー全体のためのストイケイア（根本命題群）なのであって、ヘレニズム数理科学は17世紀科学革命につながっていく数理科学（数学的自然学～自然科学）の起源として考える方が、歴史的には正しいのではないかと私には思われる。

注18) 「ギリシアの数学」、数学の歴史I、伊東俊太郎、他、著、共立出版、1979

注19) 「論証知の構造」山本建郎、秋田大教育学部紀要、1983

注20) 「テオフラストスの形而上学」丸野稔、訳と解説、創文社、1988

注21) 注18) 同上、真偽は確認されていない。アリストテレスの影響があるかもしれない。しかしアルキユタスが当時のマティマティケーの指導的立場であったことは間違いない。