

# Cent ans de mathématiques \*

堀井政信<sup>† ‡</sup>

## 1 はじめに

*Les Polytechniciens dans le siècle 1894-1994* [1] は École polytechnique (エコール・ポリテクニク) の創設 200 周年記念誌で, 1894 年から 1994 年の 100 年間が対象です. 現代につながる, あるいはほぼ現代の科学の歴史を各分野の専門家が考察しています. 記事の執筆者が明記されており, 参考文献も示されています. 科学の歴史を考えるために貴重な史料です.

“École polytechnique と *Les Polytechniciens dans le siècle 1894-1994*” (2011.10.30) [2] では, *Les Polytechniciens dans le siècle 1894-1994* [1] の史料としての特徴について説明しました. Comité d’orientation (委員長 Jacques Lesourne, 委員 25 名), Comité éditorial (委員 4 名) が組織され, “Les auteurs” にある執筆者は 30 名です.

“De la science à la technologie” (2012.10.14) [3] と “L’après-guerre : un renouveau de l’enseignement et de la recherche à Polytechnique” (2013.10.12) [4] では, “Les sciences de la matière (物質の科学. 物理学・化学・力学と数学)” について述べました. サン・シモン主義の影響で研究が停滞しました. その後, 原子核関連 (CERN など)・固体力学と動的気象学 (École polytechnique) が発展しました.

---

\*津田塾大学 数学・計算機科学研究所第 26 回数学史シンポジウム, 2015.10.10

<sup>†</sup>e-mail : masa.horii@nifty.com, キーワード : École polytechnique, *Les Polytechniciens dans le siècle 1894-1994*, 数学, 100 年, 大発展, 数学教育, 基礎の危機, 異種交流, 確率論, 科学計算.

<sup>‡</sup>メールマガジン 高校教員が始めた数学史 <http://archive.mag2.com/0000125834/>, ウェブサイト 高校教員が始めた数学史 <http://homepage3.nifty.com/mathhis/mathhis.htm>

本報告では“Cent ans de mathématiques (数学の100年)” (Jean-Pierre Bourguignon 氏) について述べます。

## 2 数学の100年

“Cent ans de mathématiques” の執筆者は Jean-Pierre Bourguignon 氏です。“Les auteurs” によると、École polytechnique を卒業し、CNRS を経て École polytechnique 教授 (1986-)、フランス数学会会長 (1990-1992) や IHES 所長 (1994-) を歴任。

20 世紀の間に数学は前代未聞の発展を体験しました。そのことは、数学者の数、研究出版物の数、国際的なレベルの研究をする数学の学校を持つ国の数でわかるとしています。数学は多くの分野で豊かになり、その様子を「tour de Babel」で表現しています。

## 3 Un essor sans précédent dans l'histoire de l'humanité

数学は人類の歴史において前代未聞の発展をしました。量的・質的な発展の結果、社会における数学の影響力が大きくなりました。工業化した国々では、情報循環社会で決定的な役割を果たし、数学が関与できる領域が目覚ましく拡大しました。特に、抽象科学の分野において顕著でした。

一方、ナチのドイツから多くの人々が逃れ、ゲッチンゲンやヒルベルトで象徴されるドイツの数学学校の優位が終わりました。そして、アメリカ合衆国とソ連の2大国が台頭しました。

## 4 Enfin des mathématiciennes !

女性の人材育成について述べています。フランスでは100年間 (出版時 [1])、女性が数学の学位論文を出すことはありませんでした。例として、Sophie Germain と Sonia Kowaleskaia を挙げています。

今日（出版時 [1]）でも数学を研究する女性の数は僅かなままとしています。フランスにとって逆説的な状況として、「学校における数学の成績は、女の子の方が男の子より良い」と書いています。

“Introduction”でも監修者の Jacques Lesourne 氏が女性の人材育成について述べています。「エコール・ポリテクニクは次の半世紀の移行に参加する男性と女性を準備する責任を自覚している」。敢えて「女性」と書いていることは注目に値します。

## 5 Une place majeure dans l'enseignement de nombreux pays

### 5.1 教育における主要な地位

数学教育は世界のすべての国で一般化しました。特に工業化が進んだ国々では技術教育の基礎となりました。多くの国では、数学の問題を限られた時間で解く能力でエリートを選抜しました。フランスは特にその傾向が強い。また、多くの仕事において抽象的概念の取扱を一般化することに、数学が重要な役割を果たしました。その結果、多くの教育プログラムで数学が主要な地位を占めました。

### 5.2 *Henri Poincaré* (1854-1912)

Henri Poincaré は最初の数学論文を 1873 年、École polytechnique に入学した年に出版しました。Mines（パリ国立高等鉱業学校）に首席で入学し、次席で卒業。学位論文《偏微分方程式により定義された関数の特性について》。代数位相幾何学の基礎を築き、『天体力学の新しい方法』により力学体系の幾何学理論の必要性を明らかにしました。

## 6 La permanence des objets et des méthodes

数学の目的と方法について述べています。最近 100 年の数学の発展において注目すべきことは、目的が変わらなかったことです。その中心は数全

体・構造・関数変換でした。そして、目的が互いに対をなす新しい方法を発見しました。そのことにより、数学の一貫性が生まれました。

主要な方法は新しい寄与により豊かになりました。例えば、代数では理論的情報処理や論理学との比較、解析では数値近似による仮説の検証、幾何では物理学の幾何化です。

## 7 Un siècle de révisions fondamentales et de progrès fulgurants

### 7.1 基礎の危機

数学はこの 100 年間一定の経過で発展したのではなく、一律でもありませんでした。19 世紀終わりから 20 世紀初めに《基礎の危機》が発生しました。その結果、誤って答えが自明であるとみなされていた基礎の問題に戻ることを余儀なくされました。そして、一層の抽象化とさらに体系的な公理的方法により対応しようとしてきました。

ブルバキ・グループが 1930 年代の終わりごろから数学理論の回復に取り掛かりました。彼らは一般的な構造の研究に重点を置きました。その影響は特にフランスで大きい。

### 7.2 戦後の進歩

戦争直後に多くの分野で衝撃的な進歩が生まれました。関数空間の分野で関数解析が発展し、一般的な偏微分方程式を解けるようになり、応用科学の広大な分野において数学モデリングへの道が開けました。また、幾何学問題の解決が容易になりました。代数幾何は代数と数論の融合により変化しました。

最近 20 年（出版時 [1]）の進歩は、数学の学科間の異種交流の結果です。確率論と幾何学、群論と量子力学、理論物理と代数幾何、数論と微分幾何の出会いです。

## 8 ヒルベルトと非ユークリッド幾何学

“ヒルベルトと非ユークリッド幾何学” (2010.10.10) [5]において、ヒルベルトと非ユークリッド幾何学の関わりについて、幾何学公理の無矛盾性の問題を中心に述べました。そこで、ヒルベルトの著書の邦訳2冊の「訳者序」「解説」に言及しました。原著はいずれも David Hilbert, *Grundlagen der Geometrie* 7. Aufl. (Berlin 1930) であり、邦訳は『幾何学基礎論』(中村幸四郎訳, 1969年) [6]と『ヒルベルト 幾何学の基礎, クライン エルランゲン・プログラム』(寺阪英孝・大西正男訳, 1970年) [7]です。

「ヒルベルトの理論によってもこの「(数学の基礎の) 危機」の打開は現在に至っても成就しえられない」(中村幸四郎, 『幾何学基礎論』, 1969年, 訳者序) [6]. 「現今ではヒルベルトの考え方が支配的であることは、数学者誰もが認めることであろう。このことは、ヒルベルトの主張どおりに彼の考え方が最も妥当なものであるということの証拠には必ずしもならないけれども、少なくとも現代数学の構成を考えるには、彼の考え方の核心にふれる必要があることは確かであろう」(大西正男, 『ヒルベルト 幾何学の基礎, クライン エルランゲン・プログラム』, 1970年, 解説) [7].

いずれも危機の打開が成就されていないことを述べています。ヒルベルトの公理の理論は現代の数学一般に対して特有なる研究方法を与え、かつこれを思想的に裏付けるものとなっています。しかし、ヒルベルトの考え方が支配的であるものの、彼の考え方が最も妥当なものとは言えない。数学基礎論には大きな未解決問題が残っています。

## 9 Des champs nouveaux ou profondément renouvelés

19世紀終わり以降に新しい分野が誕生しました。最も重要なのは、確率論・数値計算・自動制御・力学体系理論・《特異性》理論です。

確率論は Paul Lévy と Kolmogorov の影響の下で基礎が生まれ、数学の他分野の寄与により重要な地位を掴みました。解析では確率的な手法による関数空間の構造の研究、幾何では確率積分の形をした方程式の解答の記

述, 数理物理では固体物理における量子効果の研究のためのイジング模型です。

数値計算 (科学計算) は, コンピューターが提供する強力な計算方法により, 作用分野と解決方法を著しく拡大しました。

自動制御と制御理論は, リアルタイムの測定結果により複雑な体系を制御するために生まれました。計算方法とアルゴリズムの統合を必要としました。

力学体系理論は微分方程式の定性的研究から発展しました。それは *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (『天体力学の新しい方法』) における, Henri Poincaré の予見に依ります。そして, 多くの数学理論 (測定理論など) と豊かな関係を結びました。

《特異点》理論はそもそも《フラクタル》の分野で研究されていました。Marston Morse と René Thom が特徴的な情報が特異点に集中することを示し, 強力な道具であること明らかになりました。

## 9.1 *Paul Lévy et le mouvement brownien*

Paul Lévy は確率の現代理論の創設者です。ブラウン運動を詳細に研究し, 確率理論と解析理論の主要な分野を生み出しました。ブラウン運動の継続係数を計算し, 消滅運動の時間集合がカントール集合であることを示しました。

Paul Lévy の研究は同時代の人々には少ししか理解されませんでした。K. Itô とその後継者が再興し仕上げました。

Paul Lévy は《確率積分》理論と《確率微分方程式》の概略を示しました。K. Itô が 1950 年代に《確率微分方程式》を創設し発展させました。

## 9.2 *Le calcul scientifique*

科学計算はコンピューターと共に生まれました。当初は原子核の起源と亜音速・遷音速流れの問題を解くために開発されました。微分方程式や偏微分方程式の基礎に基づき, モデルを解くことが重要です。1960 年代初めにフランスでは, CEA, EDF などの大きな組織において, 数値解析が定量

的な解を得る道具になると考えられました。若いポリテクニクの学生が貢献し、後に素晴らしい飛躍を生みます。

1970年代には有限要素法が構造計算に導入され、偏微分方程式の一般的な解法として認められます。そして、多くの科学分野に適用されます。フランスの応用数学の学校が卓越した役割を担いました。

科学計算の理論と応用の早い発展に並行して、新しい世代のスーパーコンピュータの開発が進みました。それはベクトル構造や並列に基づき、大規模な科学ソフトウェアが生まれました。1980年代には高性能な道具を使い、複雑な問題に取り組むことができるようになりました。科学計算は産業界のすべての分野に導入されました。実験の代わりにコンピューターシミュレーションを用い、より少ない費用で定量的な応答を得られるようになりました。

科学計算は研究に欠くことができない構成要素です。非線形物理学と力学体系理論の発展は、数値シミュレーションの貢献がなければ不可能でした。

新しいコンピューターに適合した数値アルゴリズムが研究され、並行計算コンピューターにより大量の情報を処理出来るようになりました。また、数学モデリングの進歩により、手頃な費用でシミュレーションできるようになりました。

科学計算は数学・情報科学・応用の合流点に位置する学科です。その進歩は科学知識と技術の向上に大きな役割を担っています。

## 10 終わりに

“Cent ans de mathématiques”では、100年間（1894年～1994年）の数学のダイナミックな動きを解説しています。数学が関与できる領域が目覚ましく拡大し、20世紀に数学は前代未聞の発展を体験しました。数学教育は世界のすべての国で一般化し、多くの教育プログラムにおいて数学が主要な地位を占めました。

《基礎の危機》に遭遇しますが、抽象化と公理的方法により対応しました。完全な解決には至らなかったものの、一貫性を失うことなく、その後も大きな発展を遂げています。

確率論により、それまで扱えなかった現象に新しい観点から取り組むことができるようになりました。コンピューターの出現により科学計算の分

野が生まれ、シミュレーションで実験を代行できるようになりました。現在では産業のすべての分野において用いられています。

有名な未解決問題の話などについては、次回の課題とさせていただきます。

## 参考文献

- [1] Jacques Lesourne, *Les Polytechniciens dans le siècle 1894-1994*, DUNOD, PARIS, 1994
- [2] 堀井政信, 「École polytechnique と *Les Polytechniciens dans le siècle 1894-1994*」, 『津田塾大学 数学・計算機科学研究所報 33 第 22 回数学史シンポジウム (2011)』, 津田塾大学 数学・計算機科学研究所, 2012, p.224-232
- [3] 堀井政信, 「De la science à la technologie」, 『津田塾大学 数学・計算機科学研究所報 34 第 23 回数学史シンポジウム (2012)』, 津田塾大学 数学・計算機科学研究所, 2013, p.427-433
- [4] 堀井政信, 「L'après-guerre : un renouveau de l'enseignement et de la recherche à Polytechnique」, 『津田塾大学 数学・計算機科学研究所報 35 第 24 回数学史シンポジウム (2013)』, 津田塾大学 数学・計算機科学研究所, 2014, p.59-65
- [5] 堀井政信, 「ヒルベルトと非ユークリッド幾何学」, 『津田塾大学 数学・計算機科学研究所報 32 第 21 回数学史シンポジウム (2010)』, 津田塾大学 数学・計算機科学研究所, 2011, p.264-271
- [6] 『幾何学基礎論』, D. ヒルベルト著, 中村幸四郎訳, 筑摩書房ちくま学芸文庫, 2005 年, p.5-6
- [7] 『ヒルベルト 幾何学の基礎, クライン エルランゲン・プログラム』 D.Hilbert,F.Klein 著, 寺阪英孝・大西正男訳・解説, 共立出版, 1970 年, p.396