エウクレイデス『原論』の用語・語法の分析によって追加部分を判別する試み

斎藤憲 *

1 はじめに

1. 『原論』は紀元前3世紀に成立した．従来の研究は『原論』以前の数学の痕跡を『原論』の中に探す「考古学的アプローチ」が主流であった[1]．

2. しかし最古の現存写本は9世紀のものであり，また4世紀のテオンによる校訂があったことは広く知られている．アラビア語写本はヘロン（1世紀）による改訂への言及が頻繁になされる．たとえばIII.12はヘロンによる追加であるとされる[2]．

3. したがって現存する中世写本の『原論』のテクストが，かなりの追加・変更を経たものであることは疑いのない事実である．すべての写本の読みが一致する場合でも，古い時期に追加・変更がなされた箇所が含まれる可能性がある．

4. テクストを丹念に読むと，使用単語，語法などは必ずしも一貫していないことが分かる．あらゆる箇所で確実な判断はできないにしても，比較的真正らしい部分と，かなり「怪しい」部分を段階をつけて区分することは可能であり，必要でもある．

---

*大阪府立大学人文科学系

[1]考古学的アプローチという表現は，最近『原論』を仏訳したBernard Vitracが，この種の研究を批判するために使ったものである．

[2][斎藤 2008] の命題III.12への解説を参照．

2 具体的な命題の検討

2.1 命題 VII.31

1. ここではまず命題 VII.31「すべての合成数は何らかの素数によって測られる」をとりあげる.

2. 証明の概要は次のとおりである：合成数 A があるとし，B が A を測るとする．B が素数でないならば，さらに G が B を測るとする．これを続けていくといつか素数が現れ，それが A を測る.

3. この議論の中に次のような一節がある.

   > そこでこのような検討がなされると，何らかの素数がとられ，これが〔A を〕測ることになる．というのは，もしとられることにならないならば（未来形），数 A を無数の数が測ることになり，それらの 1 つは別の 1 つより小さい．これは数においては不可能である.

4. 「このような検討」という表現は『原論』では異例である.『原論』ではメタ数学的な表現は，限られた定型的表現を別にすれば基本的に存在しない[3]．ここではこの語の『原論』での用例について確認する．検討と訳した語は *episkepsis*（属格形 *episkepseōs* で現れる）であるが，この名詞は『原論』ではここにだけ現れる．同じ語根を持つ語を探すと，動詞 *episkopeō* が，*episkepsasthai*「探究すること，調べること」というアオリスト中動相不定法で，IX.18, IX.19 に 2 回ずつ現れる.

2.2 命題 IX.18, 19 の検討

1. 命題 IX.18 は次のように始まる.

   > 2 数が与えられたとき，それらに対する第 3 比例項〔の数〕を見出すことが可能か調べること (*episkepsasthai*).

---

[3]繰り返し用いられる代表的な定型的表現としては，証明すべきことを確認する「私は言う」，同じ議論の繰り返しを省略するための「同様に我々は証明することになる」「同様に証明されることになる」「同じ議論（文字通りは同じこと）によって」などがある.

与えられた2数をA, Bとし，それらに対する第3比例項〔の数〕を見出すことが可能か調べねばならないとしよう (*deon estō episkepsasthai*).

命題IX.19はIX.18とほぼ同様で，与えられた3数に対して第4比例項を見出すことが可能かを調べるというものである．

2. 『原論』の命題は伝統的に，あることが成り立つことを主張する「定理」と，あること（作図など）を実現する「問題」に分けられる．これらの命題は「問題」に属することになろう．しかし，問題で実現すべき内容は，命題I.1（正三角形の作図）のように具体的に与えられるのが普通であり，これら2命題のように「調べる」ことが要求される例は他にない．

3. しかも，命題IX.19の議論は論理的に誤っている（ここでは細部に立ち入らない）．ヒースはこのテクストが'hopelessly corrupt'であるとまで言っている[4]．テオン版はその誤りを修正しているが，もともとの場合分けが適切でないので，議論はすっきりしない[5]．命題IX.19（およびそれと本質的に同じ問題を扱うIX.18) は後世の追加であると考えるのが適切である．そうなると *episkepsis*（探究）およびそれと同じ語根を持つ語は『原論』でVII.31以外には現れないことになる．

2.3 命題VII.31に見られる他の特異性

1. 命題VII.31の議論に戻ろう．この命題は他にも特異な点がある．この証明の中では，自然数の単調減少列は無限には続かないことが明示的に述べられる．しかし命題VII. 1, 2で相互差引（ユークリッドの互除法）によって最大共通尺度を得る議論では，このことは暗黙のうちに当然とされ，言及されていない．

2. 『原論』の条件文では，帰結節 (apodosis) には直説法現在，直説法未来のどちらも使われるが，条件節でに直説法未来形が用いられることは非常に稀である[6]．その稀な例の一つがこのVII.31である．

[4]The Greek text of part of this proposition is hopelessly corrupt. [Heath 1925, 2:411]

[5][斎藤 2015] のIX.19の翻訳部分を参照．

[6]ただし，ギリシャ語では動詞ごとに頻繁に使われる時制が異なるということはあり

2.4 VII.31 から IX.20 へ

1. これらの，いわば「不自然な」特徴が VII.31 に集中的に見られることは，この命題が，第 VII 巻の他の部分と別の機会に（恐らく別の起草者によって）成立したと考えれば容易に説明できる．

2. VII.31 は次の命題 VII.32「あらゆる数は，素数であるか，あるいは何らかの素数によって測られる」を通して，素数の個数に関する有名な命題 IX.20 に利用される．

   『原論』命題 IX.20：素数は，どんな個数の素数が提示されても，それよりも多い．

   この命題 IX.20 は，VII.31 を間接的に利用していることを別にしても，次の点で特異な命題である．すなわち，

   (a) この命題の証明に利用されるのは第 VII 巻の命題のみであり，第 IX 巻に置かれた理由が明らかでない．

   (b) 議論の中で H が A, B, G のどれとも等しくないことを「H は A, B, G のどれとも同じではない」と述べる．この語法は稀である．同じ語法は IX.13 でも用いられるが，IX.13 には，一人称複数の表現（我々が . . . する）を含むなど，他の命題とは異なる語法が見られる．

3 可能な解釈と今後の研究展望

1. 以上の状況を最も明快に説明する仮説は，命題 VII.31, 32 および IX.20 が，『原論』の他の部分と異なる起源を持つということである．もっとはっきり言えば，これらの命題を後からの追加と考えればよいということになる．この仮説を受け入れるなら IX.13 も，そして IX.13 を利用する，完全数に関する命題 IX.36 も，『原論』本体に後から追加されたことになる．最も大胆な仮説は，『原論』の整数論は

うる．ここで条件節中で直説法未来形となっている動詞 *lambanō* が直説法現在形で用いられる例は『原論』には見当たらない点は注意すべきであろう．ただし「とられた」という分詞の中受動相現在形 *lambanomenos*（種々の変化形を男性単数主格形で代表する）は現れる．なお，分詞の受動相アオリスト形 *lēphtheis* も用いられるので，この 2 つの形の分布についてさらに検討が必要であろう．

本来 VII 巻と VIII 巻だけであり，IX 巻全体が後からの追加であるということになる．

2. このような議論を体系的に発展させるためには,『原論』のテクスト全体（約 15 万 5 千語）の構文，語法をすべて記録し，必要に応じて検索できるようにすることが必要である．発表者は 2014 年度から科研費の補助を得てその作業を進めているが，まだ，そのような「全文解析」から何らかの結論を得る段階に至っていない．

参考文献

- Heath, T.L. trans. (1925) *The Thirteen Books of the Elements.* 3 vols. 2nd ed. Cambridge University Press. Reprint, New York: Dover Publications, 1956.
- 斎藤憲・三浦伸夫 訳・解説 (2008) 『エウクレイデス全集第 2 巻』東京大学出版会.
- 斎藤憲 訳・解説 (2015) 『エウクレイデス全集第 2 巻』東京大学出版会.