18 世紀-19 世紀初頭の「代数解析」の意味について

中根美知代[1]

1. はじめに

数学は歴史とともに発展してきたことは，誰しも知っていることである．けれども，数学にかかわる人たちは皆，そのことをつねに身にしみて感じているかというと，そうでもない.(1) たとえば，このような文章を目にしたとき，何のことだか意味がわからないというのが数学の専門家の普通の反応であろう．

> 幾何学は，未知の真理を発見する術を説明している．それが幾何学が解析と呼んでいるものであって，あれほど多くすぐれた著作が著されたあとで，このことについてあらためて論じることは無用であろう．(Pascal『幾何学的精神について』(2)：1655 年説が有力)

数学のなかであなたの専門は何ですか，と聞かれたとき，代数・解析・幾何といった分類のなかで答える，ということを私たちは，しばしば行なう．そして，解析といえば関数の性質を扱うこと，微分積分学のようなことを指すことという共通理解は，古来から変わらなかったと無意識のうちに思っている．その認識のもとで,「幾何学が解析と呼んでいる」といわれたら，何をいっているのか，理解できるはずはない．実は，代数・解析・幾何の言葉づかい自体も，歴史的に変化している．たとえば，解析という言葉がいつごろから使われ始めたか，そのときはなにを意味していたのか，いつごろから今日のような意味で使われるようになったのかといった考察は，数学史の重要な課題である．今回は，18 世紀から 19 世紀に焦点をあて，その時代に「解析」や「代数」といった言葉が表している概念を考察していきたいと思う．

古代から 17 世紀までの「代数」・「解析」の概念の変遷については，1960 年代から 70 年代にかけて一通りの議論がまとまっている．これらに基づいて，数学史家の共通の関心時のひとつとして集団的に論じられることも多い．ところが，それ以降の時代になると，しっかりした考察が急速に減ってしまう．その結果，たとえば,「19 世紀半ばまで代数と解析は同じ意味だった」とか,「オイラーの代数的解析主義」といった言葉が何の反省もなく使われ，それが現在の「代数解析」のはしりであるといった発言がまで飛び出し，議論が混乱しているのが現状である．そこで，本報告では,「代数」・「解析」と「代数解析」（Algebraic Analysis）をしっかり区別した上で，この問題を論じていこうと思う．

17 世紀までの歴史的研究のうえに 18·19 世紀を積み上げるというのは，単純で自然な問題の立て方である．17 世紀までの議論が確立してから 30 年近くたっても，まとまった成果が出てこないということは，この課題が予想以上に難解であることを示している．分析対象となる数学研究が質・量ともに，それ以前に比べて著しく増したのも一因であろう．

[1] michiyo.nakane@nifty.ne.jp

本報告自体も，まとまった見解が得られたというよりも，先行研究の問題点や，どういう点が困難なのかということの指摘にとどまっているのが率直なところである．しかし，とにかく試みてみなければ何も始まらない．この課題は，ひとりで請け負えるような種類のものではない．多くの方々の助力をお願いするためにも，現時点での到達段階を明らかにする必要があると思う．

2. 17世紀：解析・総合から代数・解析へ[3]

はじめに，古代から17世紀にかけての議論を概観しておこう．今日でも盛んに研究がなされている分野で，日本語で読める著作もいくつかある．

手近に見られるもののなかで，古代ギリシアの解析という考え方が明確に述べられているのは，Theon (4世紀はじめ?) 版ユークリッド『原論』[4] に見られる，第13巻命題1[5] への注であろう．そこでは「'解析' とは求められていることを，あたかもそれが確かめられているかのように取り，その帰結を通ってある真と認められていることへ移ることである．'総合' とは，確かめられていることを取り，その帰結を通って，求められていることへの結論，もしくは達成へと移ることである」と述べられている．古代の注釈者は，この定理について「解析」した後，それに基づく「総合」の証明を与えている．

Pappusの『数学集成』第7巻（320年頃）には，当時の「解析」に対して，深い考察が記されている.[6] 彼は,「解析は求められていることから，あたかもそれが確かめられているかのようにみなし，順々に従うものを通じて，総合の結果として確かめられている事柄までいく途である」とし，真であることを求める理論的解析と，提起された問題の解を与える問題的解析の2つの分類している．いずれにせよ,「それが確かめられているかのようにみなして」議論を進めていくのが解析の本質と捉えていたと考えられる．

この発想は，のちにアラビアで生まれた「アル＝ジャブル」に直ちに結びつく．Al-Khwārizmiは『ジャブルとムカーバラの学』（825年頃）で，Algebraの語源となるこの技法を提示した．そこでは「ある数があって，その2乗に21を加えたとき，その数の10と等しくなるような数はいくつか」といった問題が解かれている．その過程では未知数を文字であらわすという発想こそないが，求めるべき数がすでにわかっているかのようにして考察が進められている．代数と訳されるアル＝ジャブルと解析との関係は，いくつかのアラビアの著作で指摘された．たとえば，Al-Samaw'alは（1180年没）『代数における驚嘆』で,「解析は未知のものをあたかも既知であるように前提して，確かめられているものにいたる技法，これはアル＝ジャブルとムカーバラの技法が要求することである」との記述を残している.[7]

この発想が，近代ヨーロッパに定着するにあたって，決定的な影響を与えたのは，François Viète (1540-1603) であろう．1591年の『解析法序説』(*In Artem Analyticem Isagoge*) で，ギリシア時代の「解析」のありようを分類・分析するとともに,「解析とは発見の方法である」という立場を確立する．一方，彼は，未知量のみならず既知量にも記号を与えることにより，新しい記号法を代数学に持ち込む．未知量をあたかも分かっているように扱って問題の解を発見すること，代数の手法で解を求めることといった意味で「代数」＝「解析」の考え方が確立されていくのである．

René Descartes (1596-1650) の「幾何学」(Géométrie 1637 年) で提示された方法により，幾何学の問題を代数的に扱うことができるようになったことも，代数の幅を広げた．そして，幾何学の問題を代数的に表現することにより,「解析」と「総合」でなされる証明が，実は逆をたどっていることが明らかになる．総合的な証明は，もはや必要ない.(8)「解析」と対になるものとしての「総合」は，姿を消し，代数的解析あるいは代数・解析という言い方が出てくるのである.(9)

Descartes も Gottfried W. Leibniz (1646-1716) も，Viète の枠組みのなかで，彼ら独自の考え方を論じている.(10) 先の Braise Pascal (1623-1662) の論述も，“幾何学が「発見の方法」と呼んでいるものであって”と下線部を読みかえれば，難なく理解されよう.(11) そこで問題となるのは，いつ「解析」が，微積分やそれに関わることを意味するようになったかであろう．それ以降の微分積分学の発達の様子からみて，19 世紀半ばまで，代数・解析が Viète 的な意味で理解され続けていたとは考えがたい.

日本語では，Calculus と Analysis をいずれも「解析」と訳す傾向がある．しかし，本報告で問題にするのは，Analysis が Calculus を意味するようになる過程である．以下,「解析」という言葉は，原著者自身が Analysis に相当する言葉を使っているときに限って用いることにする.(12)

3. 「代数」への新しい見解：イギリスでの展開

Issac Newton (1642-1727) の『無限級数による解析について』(*De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, 1711 年出版，書かれたのは 1665-66 年) には,

> 有限な項数の方程式によって，ふつうの 解析(13) が行なう計算が何であれ，この新しい方法においては，それに同じ計算が無限方程式によっても行なえる．したがって私はこの方法にも,「解析」という名を与えることに何の疑問も感じない.

との言明が見られる．ただし，発見法としての代数の手法のなかに，無限級数も取り込まれた，という意味で捉えれば，やはり Viète の影響下での言明ととることができる.

むしろ注目したいのは，1683-84 年に講義した,『普遍算術』(*Arithmetica Universalis*, 1707 年出版) である．和・差の定義，数や代数的な表現の操作の技術，基本的な方程式の解き方，文章題といった内容であるが，そのなかに Colin Maclaurin (1698-1746) が新しい概念を見い出したからである.

1756 年の『代数学』(*A Treatise of Algebra*) で，Maclaurin は,「Algebra とは，記号による計算の一般的な方法で,「普遍算術」(Universal Arithmetic) と呼ばれ，ふつうの算術で使われているのと同じ操作やルールで進められる」とした．すなわち代数 とは算術の一般化という見方が提示されたのである．そこでは，アラビア以来の，未知数を与えてそれを求めていくという考え方とは別のものが示されている．代数の急速な発展にしたがって意味が少し変化してきたように思えよう.

4. Euler と Lagrange の「代数解析」

Euler 「代数解析」始まりと「代数と解析」の関係

「代数」＝「解析」の議論に加えて，ここから，Algebraic Analysis の訳語である「代数解析」という概念が入ってくる．口頭で言われれば，このふたつは区別がつかない．そこで，代数解析という解析の一分科を指しているのか，代数と解析の関係を指しているのか，識別が難しいのも，議論を混乱させている原因であろう．本報告では，代数と解析の関係を考えることと独立に存在する「代数解析」という科目は,「」をつけて区別することにする．

数学史の議論のなかでは,「代数解析」の概念は，Leonhard Euler (1707-1783) の『無限解析入門』[11]（=*Introductio in Analysin Infinitorum*, 1748 年，全集（1）第 8 巻所収）のなかで提示されているといわれることが 多い.[15]「代数解析」について考察する前に，この著書のなかから読みとれる代数と解析の関係について見ていこう.

Euler は，通常の代数を理解していないにもかかわらず解析をやろうとしている，代数では解析で使う知識を講義しないといった問題点を指摘し，解析を学ぶための準備としての代数を講義することを目的として，この書物を著した．彼はまた，解析の助けによって議論される問題でも，普通の代数で答えられる問題がある，といっている．Euler 自身，解析とはなにかを論じてはいないが，これらの記述は，今日でも自然に受け取れる．すなわち，数学のなかに「代数」とは独立した「解析」という分野があり，その２つの関係を論じているかのように読み取れよう.

Euler はすべての解析は，変化する量とその関数にかかわっているとし，まず，関数の定義から論じ始める．Euler によれば，関数とは，解析的な（式で書かれた）表現である．それらは，加減乗除，べき乗する，ルートをとるなどの式で表現された代数的 (algebraic) な関数と，超越的（transcendental）な式で表現されたものの２種類に区別される．ただし，後者は，べき級数展開し，代数的な関数のように扱う，というのが Euler の立場であった.

関数を扱う学科を解析とし，すべての関数を代数的なものに帰着して論じることを「代数解析」と称すると，この言い方こそ『無限解析入門』の理念を表しているといえる．そして，ここでいう「代数解析」は,「解析」の意味が異なるために，17 世紀以来の「代数」＝「解析」の見方とはまったく異なったものになっている．なお，筆者の知る限りでは，Euler 自身がこの技法を「代数解析」と称した事実はない．後の人（おそらく Lagrange）が，これを「代数解析」と呼んだのである．そして，Euler が言明している代数的な関数と今日の解析の意味からして，自然に受け取れることから,『無限解析入門』は「代数解析」の書といわれるのが，実際のところではないだろうか.

そうであるとすれば，Euler が「解析」で何を表したのか，検討の余地があろう.「解析」を「数学における発見の方法」としてみたらどうであろう．やや意味が漠然としてくるが，理解できないことはない．下線部を「解析」の定義のように解釈せず,「すべての数学における発見の方法は，変化する量とその関数にかかわっている」と読み，だから Euler は関数の定義から議論を始めたとしても，十分意味は通じる.『無限解析入門』で,「解析＝関数にかかわる議論」という概念が確立したと判断するには，やや根拠が乏しい.

しかも,『代数学』[16]（*Vollständige Anleitung zur Algebra*, 1770 年）で，Euler は，上の見方を覆すような記述を残している.

すべての数学的な科学の基礎は，数の科学を完全に扱うことのなかに，計算のさまざまな方法の正確な検討のなかにある．数学の基本的な部分を代数または解析という．代数においては，量を表すような数のみを考え，量の様々な種類を考慮にいれることはしない．

代数は，すでに知られている量によって，未知量をどのように決定するかを教える科学である．

この記述にしたえば，代数と解析は同じものである．「未知量」を決定することを代数または解析と呼ぶというわけだから，17 世紀までのように「未知のものをあたかも既知のように扱って論じるがゆえに同じもの」というわけではない．

長期にわたって膨大な結果を出し続けた Euler のことであるから，その定義が終始一貫していることや，よく練られた考察のうえで発表されたものばかりであったことを期待するのは無理がある．それでも彼の定義が流動的であるのは，「代数」・「解析」とその関係に対する考察が多様になってきている状況を表していることは間違いない．Euler 自身の記述も，その当時の標準的なものといっていいのかどうか，今のところ判断がつかない．たとえば Étienne Bezout (1739-1789) のように，代数と解析を明確に区別する数学者もいたからである．(17) 18 世紀中ばから後半にかけて，Viète 流の考え方は，完全に揺らいできていた．

Lagrange の「代数解析」

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) のエコールポリテクニクでの講義に基づく微分学のテキスト，『解析関数の理論』（*Théorie des Fonctions analytiques,* 1797 年，第 2 版 (1813 年）が全集第 9 巻に所収）には，「微分計算の原理を無限小や消えゆく量，流率といった概念をすべて排除して，有限量の代数解析（l'Analyse algébrique）に帰着させる」といった副題がつけられている．「代数解析」という言葉が，堂々と使われているのは注目に値しよう．Lagrange のアイデアは，1772 年に発表され，このテキスト，および引き続く『関数解析講義』(*Leçons sur le Calcul des Fonctions,* 1806 年，全集第 10 巻に所収）にまとめられていった．

Lagrange の基本的な発想は，関数の計算（= calculus）では，級数展開という代数的な操作の結果として生じる関数を考えるとして，級数展開に基礎づけて導関数を定義するものである．すなわちすべての関数は，一意的に，

$$f(x+i) = f(x) + pi + qi^2 + ri^3 + \dots$$

の形でべき級数展開できるとし，$p, q, r, \dots$ が 1 階，2 階，3 階，… の導関数を表すとするものである．すべての関数が一意的にべき級数展開できるとの仮定は強引であるが，その結果，無限小や極限といったあいまいな概念を導入することなく微分学が展開できるというのが，Lagrange の主張であった．同時に，関数のあらゆる性質は，べき級数展開して論じることができる，すなわち「代数的」に処理できることになる．

先に私たちは，Euler の「代数解析」を，べき級数展開によって関数の性質を捉えることと解釈した．ただし，Euler は，関数のすべての性質がそれで処理できると考えていたわけではない．微分の定義の導入の際には，無限小を使っていた．Lagrange はそれまで含めて，べき級数展開で処理できるように，理論を構成したのである．すなわち，Euler の「代数解析」をより拡張し徹底させたものになっている．(18)

時間の流れにそって記述していくならば，Euler の「代数解析」を Lagrange が受け継いだという言い方にはやや問題がある．確かに Lagrange は Euler の著作のなかからべき級数展開による考え方の有用性を見い出した．しかし，その手法で関数の諸性質を論じることこそ「代数解析」であるという立場を名称とともに確立したのは，Lagrange ではないだろうか．Lagrange の著作を知っている今日の私たちは，彼によって「代数解析」の理念を埋め込まれ，それにしたがって Euler を見るから，Euler の『無限解析入門』を「代数解析」の書と見ているのではないだろうか．

Lagrange は，筆者の知り限りでは，「解析」という言葉の定義は与えていない．「代数的」の意味は Euler によって提示されており，Lagrange が大きく変更したのならば，何らかの説明があるはずだが，そういったものはない．「代数解析」に帰着させるという表題のもとで微分法・変分法が論じられているのであるから，Lagrange は関数の性質を論じることが解析であるという理念を持っていたと考えても不自然ではない．少なくとも Euler に比べて，「解析」＝「関数の性質を論じる」との立場はより明確になっているといえよう．

一方で Lagrange は，『数値的な方程式の解法』（*Traité de la Résolution des Équations numériques de tous les Degrés*, 1798 年．第 2 版 (1808 年) が全集第 8 巻に所収 ）で，彼独自の新しい代数の定義を与えている．

> Algebra の基本的な性質は，その操作の結論が，捜している量の個々の値を与えるような操作の結果ではなく，(中略）単なる操作の表現である．Newton は普遍算術を Algebra といったが，Algebra と Arithmetic は違うものである．

すなわち，算術の一般化としてではなく，操作を問題にするものとして代数を捉えているのである．関数をべき級数展開することにより，その性質は，右辺の加減乗除という操作に帰着される．「操作」を前面に出して関数の性質を論じるとしても，上記の「代数解析」の意味は一貫して保たれよう．このような合理性があったからこそ，Lagrange は，「代数解析」という言葉を表立って使ったのかもしれない．

代数がこのようなものであるとすれば，もはや「未知数を既知のものとして扱い，何らかの発見をする」という意味は完全になくなっている．そして，Lagrange の「解析」自体，別の意味を持つようになってきているのだから，彼のなかで 17 世紀的な「代数」＝「解析」の意味はまったくない．むしろ，代数と解析は別の分野を表すという今日的な見方が出てきているといえよう．

ただし，Lagrange 個人の見解が，18 世紀後半の見方を十分反映していたかについては疑問の余地がある．たとえば『百科全書』(Encyclopédie, 1751-72) では，「解析とは，問題を解くために，代数の手法，一般的には大きさの計算の助けを使うことである」とされている．そして代数とは「より一般的に表現された，量の計算の方法」となっている．この

記述を「解析」は「代数」に帰着してなされるととれば，Viète 的な意味はまだ生き残っているともいえる.「代数」と「解析」の関係の転換点は依然として見えてこない.

5. Cauchy の「代数解析」

「代数」と「解析」関係については，19 世紀にまで立ち入れるほどの分析が進んでいないので，これ以上言及しない．ただし,「代数解析」については，重要な事実がある．Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) の著書『解析教程 : 第 1 部代数解析』(*Cours d'Analyse de l'École royale Polytechnique, I^re partie : Analyse algébrique*, 1821 年) について触れておこう．この書では様々な種類の実および複素関数，級数の収束・発散，方程式の解法・分数関数の性質などが扱われている.

Lagrange とものと同様，この教科書はエコールポリテクニクでの講義に基づいており,「代数解析」の名が冠されている．級数の理論が扱われているので，その理念はある程度見てとることができる．しかし，たとえば微分の定義は与えられていない．Cauchy の定義が与えられるのは,『無限小解析要論』(*Résumé des Leçons données à l'Ecole royale Polytechnique sur la Calcul infinitésimal*, vol 1, Paris, 1823. 全集 (2) 第 4 巻 pp. 5-261 所収),『微分学講義』(*Leçons sur le Calcul différentiel*, Paris, 1829. 全集 (2) 第 4 巻 pp. 263-609 所収）といった『解析教程』に続く教科書であるが，そこでの定義は，比の極限をとるという，Lagrange が拒否した，D'Alembert 流の定義である.

このような事実から,「代数解析」の意味自体が，錯綜した状況になってきたことを見てとることができよう．まず，Cauchy が Lagrange が確立した「代数解析」を継承したかという点である．代数的操作で処理しきれない極限概念をもちいて微分を定義している以上，そうとはいえない.[19] Cauchy 自身の寄与でもあるが，おそらく無限級数の収束性にかんする考察が進み，Lagrange の枠組みで微分の定義を与えることに不都合が出てきたためであろう．Cauchy がたとえそう望もうと，Lagrange の理念は受け継げない状況にあった．では Lagrange より後退した形の理念を受け継いで「代数解析」といったのだろうか．しかも，Lagrange の教科書で扱われていることと，Cauchy の『解析教程』で取り上げられた題材はやや異なっている.

こうした疑問に対する一つの解答として，微分積分学への入門的なコースのことをさして「代数解析」というという見解がある.[20] 実際，エコールポリテクニクの 1818-19 年のプログラムでは，1 年めに「代数解析」を続いて微分積分学の幾何学への応用を教えるようになっている. (付録参照）このプログラムに見る「代数解析」は微分積分まで入っているので，Cauchy のテキストの『解析教程』＋『無限小解析要論』程度の中身にはなっている．なにかの事情で，Cauchy がそれらを２つにわけ，前半部分を「代数解析」と称したとしても不自然ではない．なお，フランスのみならず，ドイツでも微積分の前段階をこのように称していたことが論じられている.[21]

ここでもう一度，Euler に返ってみよう．先に述べたように，Euler 自身は「代数解析」の意味を明確にはしていない．しかし，解析をやるための準備をするということは明言していた．解析の準備コースを Euler が「代数解析」と称していたから，フランスもドイツもそう称したというのは，その詳細な講義内容の分析とは独立に，納得できる説と思われ

る．

6. おわりに：議論の整理

本文中にも述べたように，「代数」と「解析」の関係を考えることと Euler によって始められたといわれることの多い「代数解析」とはまったく別のものである．このことを念頭において，いままでの議論を整理し，問題を提起したい．

17 世紀以降，代数の意味は少しづつ変化している．未知数の決定から普遍算術へ，そして，18 世紀末の Lagrange にいたっては，操作そのものを意味するものとまでいうようになった．方程式を解いて未知数を求めるという操作は変わらなくても，「未知のものを既知であるかのように扱う」というニュアンスのもとに「代数」と「解析」と同一のものとみなすという考え方は，18 世紀末にはずいぶん揺らいできたといってよい．このような推移のなか，「代数」と「解析」の関係は，「代数」という手法を用いて「解析」を行なう程度のものになっているという程度ではないだろうか．

このような曖昧な言い方しか出来ない最大の理由は，「解析」の意味が明確にならないことである．「代数」については，個別の数学者が見解を述べているが，「解析」については，はっきりした記述が見つからない．しかも，「解析」は数学に限定して捉えていいのかという問題もある．私たちは何気なく「解析学の歴史」と称したりしてしまうが，そもそも何をもって解析というのか，18 世紀半ばから 19 世紀はじめにかけての共通認識がよく分からないのが現状なのである．

このことは同時に「代数解析」の意味も曖昧なものにしている．この課題を論じた数学史家は，当時の「解析」の意味を明確にせず，今日，解析とは関数の諸性質にかんする議論である，として考察をはじめている．[22] しかし，本当にそうであったのだろうか．このことから，私たちは，今日的な「解析」の概念が彼らにあったと誤解してはいないだろうか．彼らの「代数解析」から，19 世紀の人々が「解析」とは関数の議論との解釈を導き出し，解析が今日のような意味を持つようになったという逆の展開を想像できないだろうか．

「代数解析」は微積分学の準備コースの名称というのは，すでに証拠付けられた安全確実な解釈である．そして，この様な目で当時の「代数解析」の教科書を見ていくことは意味がある．しかし，そこで分析の手を緩めてしまったら，「代数解析」という科目を通じて浮かび上がるかもしれない「解析」の意味の追求を放棄してしまうことになろう．

16 世紀の Viète に匹敵する，数学関係者全般に決定的な影響を与えた発言を，18-19 世紀については特定できない．おそらく，数学の多方面にわたる発達のため，そうしたものは存在しえないのであろう．この時期のもっとも有力な数学の担い手 Euler と Lagrange にしても，彼ら自身の代数や解析に関する価値観が，当時の数学界を支配したとはいいがたい．この問題が，数学界全体の様子を射程に入れねばならない種類のものであるならば，その変化の描き方も，それに応じたものにしなければならない．「代数」と「解析」の問題の解決にあたっては，個別の数学者の発言を厳密に考察するという方法をとっても，十分な成果があげられないのかもしれない．むしろ，当時の標準的な教科書や雑誌を，とりあえず目次だけでもよいから，片っ端からあたっていくような方法が適切なような気がする．たとえば，微積分教科書のタイトルの Calculus から Analysis に転換していくあたりが，「解

析」が「関数の性質」を問題にするようになる時期であろう．また，雑誌に「解析」という項目があるか，どのような論文がそこに収められているかでも，ある程度の推定はつくかもしれない．

「代数」と「解析」あるいは「代数解析」の意味を考えるといった問題は，数学の学説，あるいは内的な発展にかかわる問題である．しかし，18 世紀以降に関しては，社会史的，あるいは外的な方法をとらないと扱いきれない問題ではないのだろうか.「内的」な意識の問題を「外的」な方法で分析することを，いずれ試みてみたいと思う．

文献と注

(1) たとえば，ε - δ 論法は，今日の微分積分学で一様収束性を問題にするとき決定的に役立つから，ε - δ 論法は一様収束性の認識とともに生まれたという発言を聞いたことがある．しかし，筆者が調べたかぎり，そのような事実はない．今日の理論から歴史的な発展の道筋の仮説を立てることは有意義だが，それを検証することなく思い込むことは問題である．

(2) メナール版『パスカル全集』第 1 巻，1993 年，白水社．

(3) この節の記述は，大筋として佐々木力“代数的論証の形成”，佐々木力編『科学史』，1987 年，弘文堂入門双書所収, に拠っている．

(4) たとえば, Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*, Thomas L. Heath ed, 1956, New York.

(5)「もし線分が外中比に分けられるのであれば，大きい部分に全体の部分の和を加えたものの上の正方形は，全体の半分の正方形の 5 倍である.」

(6) M.S. マホーニィ，“ギリシア解析的幾何学のもう一つの見方”『歴史における数学』pp.30-94，1982 年，勁草書房．

(7) 最近の研究の状況については，三浦伸夫“アラビア数学の創造性”『現代思想』2000 年 10 月臨時増刊号 pp.148-160.

(8) 佐々木は，Barrow による『原論』(1659) の証明を引用し，このことを示している．

(9) 先行研究に基づいて，この言い方をもう少し検討すると， Viète のものとは別のニュアンスがあるように思える．それは，幾何学的でなく代数的手法に基づく問題の分析といった観点である．図形的考察と対比させたうえで，方程式による手法を強調したいがために，「代数」と「解析」を対にして扱っているという見方もできよう．ただし，いずれにせよ，「解析」とは問題の発見方法との理解は同じであろう．

(10) たとえばマホーニィ“17 世紀における代数的思想の始原”，前出書 pp.152-182. 林知宏“『人間知性新論』の数学史的背景”『思想』2001 年 10 月号 pp.278-297.

(11) Pascal の研究者 Mesnard は，Viète の著作を指して,「すぐれた著作」としているが，当時盛んに研究されていた古代ギリシアの幾何学の著作を意味しているというほうが，整合的に理解できる．

(12) ここで気にかかるのが，*Analyse des Infiniment petit* という題名の l'Hospital の教科

書 (1696) である．そこでは，微分学が論じられているからである．彼の「解析」が何を意味していたかについては，機会を改めて論じたい．

(13) ウエストフォール,『アイザック・ニュートン』(田中・大谷訳，1993年，平凡社）には「ふつうの解析（つまり代数)」との注が挿入されている．

(14) 本報告の作成にあたっては，J. Blanton による英訳 *Introduction to Analysis of the Infinite*, 1988-1990, Springer-Verlag を参照した．

(15) たとえば，H. N. Jahnke "Algebraic Analysis in germany 1780-1840:Some Mathematical and Philosophical Issues, *Historia Mathematica* **20**, 1993, 265-284.

(16) 本報告にあたっては，J. Hewlett による英訳 *Elements of Algebra*, 1840, (reprinted in 1984) を参照した．

(17) 彼は，すべての数学的な考察において理解を助ける一般法則を決定する方法を「解析」とし，この目的を達成するために「解析」が使う道具を「代数」としている．前出 *Elements of Algebra*, p.2, 訳者による注．

(18) Lagrange の代数解析については，C. Fraser, "Joseph Louise Lagrange's Algebraic Vison of the Calculus" *Historia Mathematica* **14**, 1987, 38-53.

(19) C. Fraser, "The Calculus as Algebraic Analysis : Some Observations on Mathematical Analysis in the 18th Century" , *Archive for History of Exact Sciences* **39**, 317-335,1988 では，代数解析とめぐる Euler と Lagrange の類似点，彼らと Cauchy の大きな相違点を論じている．

(20) U. Bottazzini, 'Geometrical regour' and 'Modern Analysis'. An Introduction to Cauchy's *Cours d'Analyse*, in A.L. Cauchy, *Cours d'Analyse*, 1992, Bologna では，当時のカリキュラムの分析まで含めて,「代数解析」の教育内容に関する歴史的な研究の状況を紹介している．

(21) 前出，Janke.

(22) たとえば前出，Fraser 1987.

注 (22)、Bottazzini 編 Cours d'Analyse 所収

1818 - 1819

PROGRAMME DU COURS D'ANALYSE.

I.re ANNEF

ANALYSE ALGÉBRIQUE.

Notions sur les fonctions en général, sur la distinction des fonctions continues et discontinues, et sur celle des fonctions entières ou fractionnaires, rationnelles ou irrationnelles, simples ou composées, &c.

Expression des fonctions en séries convergentes. Règle sur la convergence des séries. Détermination des séries qui expriment les puissances négatives ou fractionnaires, les fonctions exponentielles et les logarithmes.

Considérations sur les imaginaires. Établir les équations,

$$(\cos. z + \sqrt{-1} \sin. z)^n = \cos. nz + \sqrt{-1} \sin. nz,$$
$$\cos. z + \sqrt{-1} \sin. z = e^{z\sqrt{-1}}$$

Conséquences qui en résultent, par rapport aux logarithmes.

Développemens des sinus et des cosinus en fonctions de l'arc, et de leurs puissances en séries de sinus et de cosinus d'arcs multiples.

Décomposition d'un polynome entier et rationnel en facteurs réels du 2.e degré. Résolution, soit algébriquement, soit par le moyen des tables des sinus, des équations du 3.e et du 4.e degré, et des équations de la forme

$$x^m + p = 0 \quad \text{et} \quad x^{2m} + px^m + q = 0.$$

Théorèmes de *Cotes* et de *Moivre.*

Décomposition des fractions rationnelles.

Théorie des séries récurrentes.

Formules d'interpolation.

INTRODUCTION

Principes fondamentaux.

Différentielles du premier ordre des fonctions simples, des fonctions de fonctions d'une seule variable. — Intégrales correspondantes.

Différentielles des fonctions de plusieurs variables indépendantes ou dépendantes d'une seule variable.

Méthodes pour intégrer les fractions rationnelles, les différentielles affectées d'un radical du second degré, les differentielles binomes, et celles qui contiennent des fonctions exponentielles, logarithmiques et circulaires.

Différentielles des divers ordres pour les fonctions d'une ou de plusieurs variables.

Intégrales successives.

Conditions d'intégrabilité pour les fonctions différentielles du premier ordre de plusieurs variables indépendantes. Intégration des mêmes fonctions lorsqu'elles satisfont à ces conditions.

Théorème des fonctions homogènes.

Théorème de *Taylor* pour les fonctions d'une seule variable, et extension de ce théorème aux fonctions de plusieurs variables.

Théorie des *maxima* et *minima*, pour les fonctions d'une ou de plusieurs variables.

Valeur des fractions qui se présentent sous la forme $\frac{0}{0}$.

Intégration par les séries.

Changement de la variable indépendante

Différentielles des fonctions implicites, tant pour le premier ordre que pour les ordres supérieurs.

APPLICATION DU CALCUL DIFFERENTIEL ET INTÉGRAL À LA GÉOMÉTRIE.

Formules analytiques pour la détermination des tangentes et des normales aux courbes, de leurs asymptotes, &c., et des plans tangens et des normales aux surfaces courbes.

付 録(2)

INTRODUCTION

Théorie des différens ordres de contact. des courbes.

Expressions diverses du rayon de courbure. Propriétés des développées. Application aux sections coniques, à la cycloïde &c.

Usage des coordonnées polaires pour la détermination des tangentes, des rayons de courbure, &c.

Considérations géométriques sur la rectification des courbes, la quadrature des courbes et des surfaces courbes, et la cubature des solides.

Procédés du calcul intégral pour la solution des questions précédentes, comprenant les formules relatives aux solides de révolution, et celles qui se rapportent à des solides terminés par des surfaces quelconques. Ces formules devront être déduites de la considération des *infiniment petits*. On insistera sur la détermination des limites des intégrales simples et doubles.

Application des formules d'interpolation à ces mêmes questions.

Fig. 1 — From Gilain (1989, Document B).

CXLII