Maxwell と Heaviside

小松彦三郎（東京理科大学理学部）

1. Maxwell の方程式（現行教科書版）

電気および磁気の物理学は Michael Faraday (1791–1867) を経て最終的に James Clerk Maxwell (1831–1879) によって、電場および磁束密度に関する偏微分方程式として集大成された。ここで、電場 $\mathbf{E}$ および磁束密度 $\mathbf{B}$ は空間に分布するベクトル量で、電荷 e をもつ質点が速度 $\mathbf{v}$ で運動するとき、この電磁場により

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \tag{1}$$

という力を受けることで定義される。この力を Lorentz 力 という。Maxwell はこの他に

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}, \tag{2}$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \tag{3}$$

で定義される電束密度または電気変位とよばれるベクトル $\mathbf{D}$ および磁場 $\mathbf{H}$ を用いて次の方程式にまとめ上げたとされている。

$$\begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{D} = \rho & \text{Coulomb の法則} \\ \operatorname{div}\mathbf{B} = 0 & \\ \operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} & \text{Ampère-Maxwell の法則} \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} & \text{Faraday の法則} \end{cases} \tag{4}$$

ここで ρ は電荷密度、$\mathbf{J}$ は電流密度を表わす。また、(2), (3) の ϵ, μ はそれぞれ誘電率および透磁率とよばれる物質定数である。真空中ではそれぞれ

$$\epsilon_0 \doteqdot 8.854 \times 10^{-12},$$
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}.$$

以上と、導電体でなりたつ

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \qquad \text{Ohm の法則} \tag{5}$$

を連立させて、問題に応じた初期条件および境界条件の下で解くことができれば、電磁気に関するあらゆる問題に解答を与えることができる。

Maxwell は1864 年に発表した論文で真空中を光速度

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \fallingdotseq 2.998 \times 10^8 \mathrm{m/sec} \tag{6}$$

で伝わる電磁波が解となることを示して、光の電磁波説を唱えた。

ここで用いたベクトル解析の記号については電磁気学の大学向け教科書のどれか一つ、または [11] を参照されたい。

2. Maxwell の方程式（Maxwell 1873）

ところが、Maxwell が1873年に出版した電磁気学最初の教科書 [2] では Maxwell の方程式がこれとは幾分違った形で与えられている。

Maxwell は1874年第7代 Devonshire 侯 William Cavendish の寄付金でできた Cavendish 研究所の初代所長を引き受け、Henry Cavendish (1731–1810) が残した膨大な未発表の研究の整理に多大な時間を費やした人である。その人柄を反映しているのであろう、この本 [2] は上下2巻に分かれ計1000ページの大著であるが、静電磁気についての Cavendish, C. A. de Coulomb (1785) 達の仕事、電磁誘導についての André Marie Ampère (1775–1836) の研究の紹介など Maxwell 以前の業績に殆んどのページが割かれており、読む人の期待を裏切る。

上巻は数学的な準備を除くと静電気と定常電流についてのみ書かれている。Cavendish による本来の Coulomb の法則

$$\mathbf{F} = \frac{ee'}{4\pi\epsilon} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \tag{7}$$

および電荷の保存則の実証の後は、磁力のない Lorentz 力 (1) によって electromotive intensity $\mathbf{E}$ を定義する。これと

$$\rho = \mathrm{div}\ \mathbf{D} \tag{J}$$

によって電荷密度 ρ と関係する displacement $\mathbf{D}$ は

$$\mathbf{D} = \frac{1}{4\pi} K \mathbf{E} \tag{F}$$

という関係にある。ここで、K は specific dielectric capacity と呼ばれる物質定数である。

下巻の始めでは静磁場が論じられ、

$$\text{(D)} \qquad \begin{aligned} \mathbf{B} =& \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{I}, \\ \mathbf{I} =& \kappa\mathbf{H}, \end{aligned}$$

$$\text{(L)} \qquad \begin{aligned} \mathbf{B} =& \mu\mathbf{H}, \\ \mu =& 1 + 4\pi\kappa \end{aligned}$$

という関係で結ばれるベクトル場 magnetic induction $\mathbf{B}$, magnetic force $\mathbf{H}$ 及び magnetization $\mathbf{I}$ が導入される。κ, μ はそれぞれ coefficient of induced magnetization 及び magnetic inductive capacity または magnetic permeability と呼ばれる物質定数である。

(4) の 2 番目の方程式

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

は

$$\text{(A)} \qquad \mathbf{B} = \mathrm{rot}\ \mathbf{A}$$

をみたすベクトル・ポテンシャル $\mathbf{A}$ の存在と同等である。Maxwell は後の方を採用している。$\mathbf{A}$ を electromagnetic momentum とも呼んでいる。

この後、Ampère の電磁誘導の理論、即ち電流の磁気作用についてていねいな紹介があるが、ここでは省略する。Maxwell 自身による Ampère の理論の修正及び Faraday の実験結果に基づく磁電誘導、即ち磁場の変化によってひきおこされる起電力についての理論は下巻の後半になってようやく始まる。あまり詳しい説明はなく式ばかりが書き並べられているので、ここでもそうすることにする。現行教科書版と一番形が違うのは Faraday の法則である。Lorentz 力の磁場の寄与も取り込んだ

$$\text{(B)} \qquad \mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathrm{grad}\ \psi$$

の形で与えられている。ここで、ψ は スカラー・ポテンシャルであり、electric potential とも呼んでいる。第一項を無視して rot をとると Faraday の法則になる。Faraday は数学的な訓練を受けなかった人で、すべての結果を文章で書いた。しかし、この法則はすぐに数式になる形で述べている。それにもかかわらず、そのままの形では Maxwell に受け入れられなかったのは気の毒である。

Lorentz 力は

$$\text{(C)} \qquad \mathbf{F} = \mathbf{C} \times \mathbf{B}$$

と true current $\mathbf{C}$ を用いて表わされている。
Maxwell の仕事として最も重要な変位電流の磁気作用は

$$\text{(E)} \qquad 4\pi\mathbf{C} = \mathrm{rot}\ \mathbf{H},$$

$$\text{(H)} \qquad \mathbf{C} = \mathbf{K} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

と述べられている。ここで $\mathbf{K}$ は conductive current で、(4) で $\mathbf{J}$ と書いたものである。Ohm の法則

$$\text{(G)} \qquad \mathbf{K} = C\mathbf{E}$$

と（F）を代入すると

$$\text{(I)} \qquad \mathbf{C} = \left(C + \frac{1}{4\pi} K \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{E}$$

となる。

以上が Maxwell の教科書 [2] にある Maxwell の方程式である。式番号をアルファベットで表した式がアルファベットの順に現れる。但し、ここでボールド体の大文字で表したベクトル場を表すのに Maxwell は対応するドイツ大文字を使っている。また、4 元数の形でしかベクトル解析を使わないため個々の表現ももうすこし込み入っている。なお、ここに挙げなかった (K) は面に分布する電荷と電気変位の関係を述べたもので超関数を知っているわれわれは (J) に統合することができる。

Hans Christian Örsted が電流の磁気作用を発見したのは1820年であるが、その 6 年後には Ampère によって電流による磁化、電流間の力についてほぼ完璧な数学的理論が作り上げられた。反対に磁気によって電流を作る試みはなかなか成功せず、Faraday がその条件を発見したのはようやく1831年になってのことである。この磁電誘導、ひいては電気・磁気一般を理解するため、Faraday は実験を重ね、彼が誘電体 dielectric と名付けた電気を通さない物体や空間にも電気力線や磁力線が充満しており、それらが線の方向には引き合い、線同士は互いに反発するのが電磁気の作用であるという直感像を作り上げた。そして、磁電誘導の法則を、ある回路に沿っての起電力はその回路を境界とする曲面を通過する磁力線の数の減少度に等しいと表現した。

この Faraday と Ampère を比較して Maxwell は言う。「Faraday の出版された研究では、これらのアイディアが、生まれつつある科学にこそよりふさわ

しい言葉で表現されていることを知る。というのは、数学的な形に考えを確立するのが習慣となっている物理学者の流儀とはかなり違うからである。」他方、Ampère の「全理論と実験は‘電気のニュートン’の頭脳から完全に成長し、完全武装して跳び出したように見える。形の上で完全、正確さでも凌駕することができない。そして一つの式から全ての現象が演繹できるように要約されている。」しかし、と言う。「Ampère が本当に彼が記述している実験によって作用法則を発見したとはとても信ずることはできない。彼はわれわれに明らかにしていない何らかの方法でこの法則を発見し、そして完全な証明を建設した後に、作り上げるのに使った足場の痕跡を全て消し去ったと疑わざるを得ない。」

「Faraday は、反対に、彼の不成功な実験も成功した実験も、まだ生なアイディアも発展したアイディアも共にわれわれに示し、読者は、たとえどれほど彼より帰納力が劣っていようとも、称賛するというよりむしろ同情を感じ、自分も機会があれば発見者になっただろうと信じたくなる。従って、学生は Ampère の研究を、ある発見を記述する際の輝かしい科学的表現法の例として読まなければならないが、また一方 Faraday を科学的精神を育てるために研究しなければならない。」そして、Faraday が本職の数学者でなかったことはおそらく科学のために良かったとさえ言う。

本の序文の中で、Maxwell はこの本がそれまでに、主にドイツで、出版された電気の本と違う理由として、それらが数学者達の speculations に基づいて展開されているのに対し、「私は電気の研究を始める前に、まず Faraday の Experimental Researches in Electricity を読み終るまでは数学[者たちが書いた電気の本]を読まないと決心した」からだと言っている。「私は Faraday の現象の理解の仕方と数学者達のものには差異があると思われていて、どちらも相手の言葉に満足していないことに気づいていた。そして、この相違はどちらが悪いということから起きているのではないという確信も持っていた。」Faraday を読み進むうちに「彼の現象の理解の仕方もまた数学的で、ただ伝統的な数学の記号で表されていないだけであることを認識した。」

Faraday の方法も普通の数学の形式で表現できることが分かったので実行したのがこの本というわけである。こうして、両者ははじめて比較できるようになったのであるが、Gauss, W. Weber, Riemann, J. and C. Neumann, Lorentz 達の理論は遠隔力の理論の基に作られている。それは物理的には仮説に過ぎないが、人々は彼らの数学に圧倒されてただ呑み込んでしまっているという。Faraday–Maxwell の理論は電場、磁場を介する近接作用の理論である。普通の電磁現象を説明することはどちらでもできる。「どちらも光の伝播を電磁現象として説明しようと試みてきて、実際その速度を計算するまでになっている。しかし、何が本当に起きるかについての基本的な理解は根本的に異なる。」

1887年 Heinrich Hertz (1857–1894) は電磁波を発生、検出する実験に成功

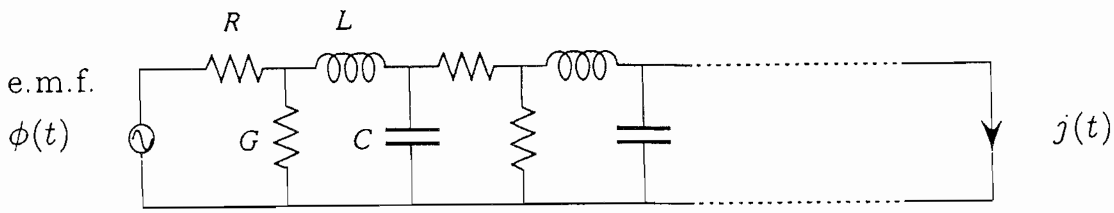
し、Maxwell の理論こそが正しい電磁理論であることを実証した。Maxwell がこれを書いてから 14 年後のことである。

3. 電信の理論と Heaviside

Maxwell が電磁気学の研究を始めたのは William Thomson (1824–1907) の勧めがあったためのようである。[2] の序文に謝辞が述べてある。

1837 年、イギリスの Charles Wheatstone とアメリカの S. F. B. Morse によって独立に電信が発明された。最初は同じころ発明された鉄道の連絡用に使われ、次いで広大な領土の統治と交易のために無くてはならないものになった。特に、イギリスでは海を越えて通信線をひく必要にせまられ、1850年頃から海底ケーブルが実用されるようになる。その敷設と運用は巨額の資金を必要とする事業であった。Thomson は1855年そのための理論 [1] を発表し、1866年には自身も加わった会社により最初の大西洋横断ケーブルを完成させた。その功により1866年にナイト、1892年にはバロン・ケルヴィンに叙されている。その間に電気の技術は長足の進歩をした。

海底ケーブルはテレビのアンテナの接続に使う同軸ケーブルと同じ構造をしている。ケーブルの一端 $x=0$ で時間 t の関数として起電力 $\phi(t)$ を加え、他端で電流 $j(t)$ を観測して信号を得る。



簡単のため無限に長いケーブルを考える。外側の鞘は完全導体でできており、接地されていると仮定して、心線の電圧 v と電流 j が満たす方程式を求めよう。R を単位長さ当りの心線の電気抵抗、C を単位長さ当りの心線と鞘の間の電気容量、L を単位長さ当りの心線の自己誘導、G を単位長さ当りの心線と鞘の間の漏洩電導度とし、上の回路で近似したとき、x の地点と $x+\Delta x$ の地点の間で v と j は

$$v+\Delta v = v - R\Delta x\, j - L\Delta x\,\frac{\partial j}{\partial t},$$
$$j-\Delta j = j + G\Delta x\, v + C\Delta x\,\frac{\partial v}{\partial t}$$

と変化する。ここで $\Delta x \to 0$ とすれば、

$$(8) \qquad -\frac{\partial v}{\partial x} = R\,j + L\,\frac{\partial j}{\partial t}, \qquad -\frac{\partial j}{\partial x} = G\,v + C\,\frac{\partial v}{\partial t}.$$

これから $j,\, v$ を消去して同じ方程式

$$(9) \qquad \begin{aligned} -\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \left(R + L\,\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(G + C\,\frac{\partial}{\partial t}\right) v, \\ -\frac{\partial^2 j}{\partial x^2} &= \left(R + L\,\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(G + C\,\frac{\partial}{\partial t}\right) j \end{aligned}$$

を得る。これを電信方程式という。

Thomson [1] は自己誘導も漏洩もない場合 $L = 0, G = 0$ を論じた。このとき、方程式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = RC\frac{\partial v}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 j}{\partial x^2} = RC\frac{\partial j}{\partial t}, \quad R\,j = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

これを初期値–境界値条件

$$\begin{gathered} v(t,x) = 0, \quad t < 0, \\ v(t,0) = \phi(t) \end{gathered}$$

の下で解けばよい。Thomson が G. G. Stokes の助けを借りて得た解は

$$(10) \qquad v(t,x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\sqrt{RC}\,x}{\sqrt{(t-s)^3}}\, e^{-\frac{RCx^2}{4(t-s)}}\, \phi(s)\, ds$$

である。特に、$\phi(t)$ が Heaviside 関数

$$\theta(t) = \begin{cases} 1, & t \ge 0 \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

のとき

$$(11) \qquad v(t,x) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2}\sqrt{\frac{RC}{t}}\right).$$

1880年ごろまではこれが唯一のケーブルの理論であった。電流 $j(t,x)$ を知るにはこれを x で微分し $-R$ で割らなければならないが、いずれにせよ RC が同じケーブルを使うかぎり、ケーブルの特性は距離 x の二乗に依存して悪くなる。それに打克つように RC を減らさなければならない長距離ケーブルの設計は大変だということが分かる。(10) の核は本質的に熱核を x で微分したものであるから、高周波成分の減衰も甚だしい。このことは、1876年 Alexander Graham Bell によって発明された電話の遠距離通信を不可能と断ずるようにみえた。

これを救って通信の２０世紀を可能にしたのは若き電信技師 Oliver Heaviside (1850–1925) である。彼はロンドンの貧しい家に生まれた。父は彫版で肖像画を作っていた人であるが写真の登場で収入がなくなってしまい、母が家計を助けるため家で女子のための学校を開いた。Oliver の教育はここで受けたものが大部分であったようである。それでも 16 歳の時に受けた検定試験ではユークリッド幾何を除き良い成績であったという。彼はユークリッド幾何に対して生涯反感を持ち続けた。

Oliver の母は Charles Wheatstone 夫人と姉妹で、その関係と思われるが、1868年デンマークにあった電信会社に入り電信技師として働いた。これは長続きせず、1874年に Chief Operator の職を辞してからは、主に The Electrician という週刊業界新聞に論文を寄稿することだけを仕事として一生を過ごした。Heaviside については以前学士会の会報に書いたことがあるので [12] 繰り返しになることは止める。これを書いたときには Heaviside について詳しい伝記が書かれることはないだろうと思っていたが、実際には Nahin [9] 他優れたものがいくつか出版されている。

Heaviside が辞めたのは Treatise [2] を読む時間が欲しかったためかもしれない。彼の一生は、Maxwell 理論を取り入れ、ケーブルの理論を完全なものにすることに捧げられた。しかし、世の中の人たちになかなか理解してもらえなかったために、結局は５巻の本 [3, 6, 7, 8] を書き続けることになった。

ケーブルの理論に限れば、彼の成果は次の三つと (ii) を近似的に実現するための装荷ケーブルの提案に尽きると思う：

(i) 自己誘導の重要性

Heaviside は電信技師の経験から、自己誘導と漏洩はケーブルの通信容量を改善させることに気付いていた。そのため、L, G も含めた電信方程式 (8), (9) を立て (1876, 1881)、Maxwell 理論に基づいて自己誘導 L の計算をした (1887)。

平行電線の自己誘導は Maxwell [2] が既に計算していたが、同軸ケーブルの自己誘導は、心線と鞘それぞれについて電流の分布も決めながら計算せねばならず、容易ではない。その過程で Heaviside は高周波の電流は心線の表面近くしか流れなくなることを発見する。この表皮効果はその後さまざまな副産物を産むようになる。([12] 参照)

William Thomson はケーブルの外に磁力線が出ない同軸ケーブルの自己誘導は無視できるほど小さいと考えていたようである。

(ii) 歪なしケーブル

ケーブルの定数について　$RC = LG$　を仮定すれば、方程式は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{R}{L}\right)^2 v \tag{12}$$

となり、解

$$v(t,x) = e^{-\frac{R\sqrt{C}}{\sqrt{L}}x}\phi(t - \sqrt{LC}\,x) \tag{13}$$

が示す通り、信号は歪なく伝わる (1887)。

(iii) 一般ケーブル

$RC \neq LG \neq 0$　の場合、方程式を

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC\left\{\left(\frac{\partial}{\partial t} + \rho\right)^2 - \sigma^2\right\} v, \tag{14}$$

但し、

$$\rho = \frac{RC + LG}{2LC}, \quad \sigma = \frac{|RC - LG|}{2LC} \tag{15}$$

と書けば、解は

$$\begin{aligned} v(t,x) &= e^{-\rho\sqrt{LC}\,x}\phi(t - \sqrt{LC}\,x) \\ &+ \int_0^{t-\sqrt{LC}\,x} \frac{e^{-\rho(t-s)}\sigma\sqrt{LC}\,x}{\sqrt{(t-s)^2 - LCx^2}} I_1(\sigma\sqrt{(t-s)^2 - LCx^2})\phi(s)\,ds. \end{aligned} \tag{16}$$

ここで I_1 は 1 次の変形 Bessel 関数を表す (1888)。

Heaviside はこれで Sir Thomson を越えることができたと確信したに違いない。序でに、それまで Thomson 理論を墨守し、自己誘導の有害性を説いていた郵政省技師長 William Henry Preece を攻撃する論文を書いて送った。ところが、これが裏目に出て、Heaviside は The Electrician から以後の出版を

断られてしまう。編集長 C. H. W. Biggs を解任してまでの処置であった。Heaviside にとっては収入の道が閉ざされたことになってしまった。

幸い、直後に Hertz の実験の成功が報じられ、イギリスでも追試が行われて Maxwell 理論の正しさが立証された。1889年には Sir Thomson が Heaviside 理論を公認し、その後 Maxwell 理論の初歩から始まる連載が再開された。それをまとめたものが Electromagnetic Theory [6, 7, 8] である。こうして現在われわれが大学で学ぶベクトル解析、教科書版 Maxwell 理論、演算子法などができ上がった。ベクトル解析については Gibbs [5]、教科書版 Maxwell 理論については Hertz [4] にもほぼ同じものが発表されているが、Gibbs, Hertz 共に Heaviside の先取権を認めている。

4. Maxwell 理論の難しさ

このような成り行きは Maxwell 理論はイギリスでもあまり信用されていなかったことを示している。それでも、Maxwell 理論を支持した George Francis FitzGerald (1851–1901), Oliver J. Lodge (1851–1940) など少数の人たちはいて、後に Maxwellians と呼ばれるようになる [10]。Heaviside はこれらの人たちと頻繁に文通し、自分の考えを深めている。

Maxwell は [2] の序文で「どんな主題を研究する者もその主題についての原論文を読むことで大いに利益を受ける。というのは科学はつねにそれが生まれたばかりの状態のときに最もよく同化されるからである。」と言っている。ここでは Faraday の Researches を指しているのであるが、それでは Treatise は、と問われると、これを読んで完全にわが物にしたと答えられる人は決して多くないように思われる。

ここではただ一つの問題を取上げる。Maxwell は電場の強さを表すベクトル量として $\mathbf{E}$ と $\mathbf{D}$ の二つを用い、両者は (2) という関係で結ばれているとした。電場 $\mathbf{E}$ はローレンツ力として観測できる強さであり、電気変位 $\mathbf{D}$ は電荷を配置して電場を作るときその配置だけから数学的に計算できる電場である。電荷の配置が同じでも実際に生ずる力は電荷の外の媒体によって違うからこの二つを区別すべきことは解る。通常この二つのベクトルの向きは同じで比例するから (2) という関係があることも解る。

問題はこの等式のどちらを原因、どちらを結果と考えるかである。常識的には $\mathbf{D}$ が原因、$\mathbf{E}$ が結果であるが、Maxwell は反対に、等方的な弾性体に力を与えたときの変位と同様、電気的な力 $\mathbf{E}$ が媒体に加えられた結果電気的に分極して変位 $\mathbf{D}$ が生じたと考える。絶縁体である媒体の中では実際に電荷が移動することはできないが、各点で分極、即ち電荷の双極子はできてもおかしくはない。それが電気変位 $\mathbf{D}$ の実体であるとするのである。これは変位電流 $\partial\mathbf{D}/\partial t$ の磁気作用を説明するにも都合がよい。

ところが、同じ解釈でわれわれが Coulomb の法則とした (4) の第 1 式まで説明しようとすると、とても信じられないものになる。Maxwell は 62節(p.69) 及び 111節(p.166) で「誘電体の任意の部分を閉曲面で他から切り離して考えたとき、その表面には各要素にそこでの内部から見た電気変位に等しい[即ち、**D** と内向きの単位法線の内積に等しい]表面密度の電荷があると考えなければならない。」という。そして、その例として内側を $+$ に、外側を $-$ に帯電したライデン瓶を挙げ、そこでは **E** も **D** もベクトルの向きは内側から外側に向かっていることに注意しながら、内側の $+$ の帯電は箔の金属にあるのではなくて、そこで境を接するガラスの電気変位の結果であると説明している。誤解の余地はない。しかし、これをガラスに生じた電気双極子の境界での効果とするならば、境界での双極子もガラスに属さなければならないから境界の電荷は $-$ になるはずである。

電流と磁場についても Maxwell が同じように考えていたことは Maxwell の Maxwell 方程式のアルファベット順から判る。

私は [11] を書いたとき初めて Maxwell を読み、このところが現在の物理学者にどのように理解されているか知りたくて、講座の編者であった江沢洋氏と当時最も多く使われていた電磁気学の教科書の著者に問い合わせた。江沢氏には Hertz が何か書いていると教えていただいたが、その時は文献を見ることまでできなかった。後に Hertz [4] を見、その序文の中で同じことを論じていることを知った。そこには Poincaré と Boltzmann も問題にしていたことが注記されている。

J. J. Thomson が電子を発見したのは1897年である。Maxwell 自身は電場、磁場を支えるエーテルを実体として考えていたようである。Kelvin 卿はずっと遅くまでこの考えを捨てなかった。

後に Lorentz と Einstein が特殊相対性理論として解決するまで、電磁気の論者は、Maxwell, Heaviside も込めてみな、動く物体の電磁気学に悩まされるのであるが、Maxwell、ましてや Faraday がそこまで見通していたわけはない。一方、教科書版 Maxwell 方程式から特殊相対性理論までは必然の道である。従って、Maxwell は間違った仮定または推論によって正しい結論を導いたと言えなくもない。

物理法則となる方程式は不思議な存在である。左辺と右辺それぞれ全く違った意味をもつ量が等しいと表現されている。

$$\mathbf{f} = m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \tag{17}$$

という Newton の第二法則はもともと力 **f** が原因となって物体の位置 **r** に与える影響を述べたものであるが、d'Alembert は反対に考えて力学の適用範囲を拡げた。Maxwell 方程式も新しい解釈が与えられる度に成長してきた。

参照文献

1. W. Thomson, *On the theory of the electric telegraph*, Proc. Royal Soc. London, (1855); *Mathematical and Physical Papers*, vol. 2, pp. 61–78.
2. James Clerk Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Clarendon Press, Oxford, 1873; *3rd ed*, Dover, 1954.
3. Oliver Heaviside, *Electrical Papers*, vol. I, II, Electrician, London, 1892; *reprint*, Chelsea, 1970.
4. Heinrich Hertz, *Electric Waves being Researches on the propagation of electric action with finite velocity through space, authorized English translation*, Macmillan, 1893; *reprint*, Dover, 1962.
5. J. W. Gibbs–E. B. Wilson, *Vector Analysis*, Yale Univ. Press, 1901.
6. Oliver Heaviside, *Electromagnetic Theory*, vol. I, Electrician, London, 1893; *reprint*, Chelsea, 1971.
7. Oliver Heaviside, *Electromagnetic Theory*, vol. II, Electrician, London, 1899; *reprint*, Chelsea, 1971.
8. Oliver Heaviside, *Electromagnetic Theory*, vol. III, Electrician, London, 1912; *reprint*, Chelsea, 1971.
9. Paul J. Nahin, *Oliver Heaviside: Sage in Solitude*, IEEE Press, New York, 1988.
10. Bruce J. Hunt, *The Maxwellians*, Cornell Univ. Press, 1991.
11. 小松彦三郎, ベクトル解析と多様体, 岩波講座 応用数学, vol. I, II, 岩波書店, 1994, 1995; 第 2 版, 1999.
12. 小松彦三郎, ヘヴィサイドとテスラ, 学士会会報, **815** (1997), 50–59.