ユークリッド『原論』の図版 — 過度の標準化はいつ始まったのか？

斎藤憲*

1 はじめに

*Historia Mathematica*誌の最近の論文で，アラビア数学史の研究者Gregg de Youngは，アラビアにおけるユークリッドの伝承に関する論文を次のような言葉で始めている．

> 10年近く前に，I. Grattan-Guinnessは本誌上で「『原論』の図版の歴史についてはほとんど知られていないように思われる」と記している．

そして，彼自身の研究も，これを裏付けるものであったと続けている[1]．しかし近年になって，古代・中世の数学文献の図版への関心が高まり，その奇妙な特徴が関心を集めてきている．これまではそういった特徴は近代校訂版の編集者が無視してきたのであった．

1.1 図版への関心

研究者の関心のきっかけになったのは，Reviel Netzが，1999年に出版した著作『ギリシア数学における演繹の形成』において，図版について論じたことであった[4]．彼の主張の一つは，写本の図版は，図形として計量的に正確であることが意図されているのではなく，むしろ，図なし

---

*大阪府立大学人間社会学部．本稿は文部科学省科学研究費補助金による研究：「ギリシア数学文献における図版の校訂に関する研究」（基盤研究(B)，研究代表者：斎藤憲．研究分担者：高橋憲一，鈴木孝典）の研究経過の最初の報告である．

[1][2, 129]．Grettan-Guinnessの論文は[3]．

では理解できない数学のテクストに付随して，テクストと一体として了解されるべきものであるということであった．

彼は，このような図版として円に内接する多角形の辺が，円弧と逆の凹凸をもつ曲線で表されるものをあげている（『原論』第IV巻命題15，アルキメデス『球と円柱について』の第一巻命題21以下多数の命題など）．逆に曲線が直線で表される例はアルキメデスのC写本に見られる．そこでは，円弧とパラボラがほとんど重なるために，パラボラが二つの直線から成る折れ線として描かれているciteNetz-Saito.

その後彼が出版した『球と円柱について』の英訳は，写本間の図版の異同に関する記述を含む点でこれまでなかったものであり，これは図版に関する校訂版の最初の試みであるといえる．

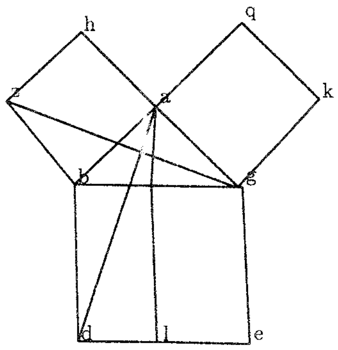
1.2 図版からの計量情報取得

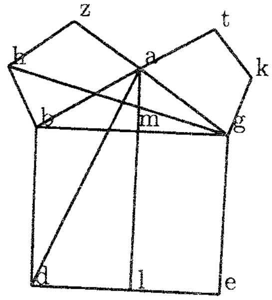
2005年度から2007年度の科学研究費補助金を得て開始した図版に関する研究の計画は次のようなものである．

計画の骨子は，ユークリッド『原論』の，ギリシア語，アラビア語，ラテン語のすべての伝承における主要な写本を集め，これらに描かれている図版の比較を行なうことにある．

正確で効率のよい比較のために，コンピュータのプログラムを開発し，画像ファイル化した図版上の，点の位置や線の位置関係などの，計量的な情報を取得し，記録する．すなわち，図版をコンピュータの画面上に表示し，図中の点をクリックすることによってその座標を取得し，それらの点を通る直線，曲線（ほとんどの曲線は円または円弧である）に関する情報を記録するプログラムを開発し，利用する．これは非常に単純な操作であるが，実はこれで我々が必要とする情報の大半が得られるのである．

実際，これらの情報だけから，写本の図はほとんど正確に再現できる．一例として，以下にP写本（Heibergの校訂版でもっとも重視されたヴァティカンのギリシア語写本Vat. Gr. 190）と，同じくヴァティカン図書館所蔵のRossianus 579（ゲラルドによる『原論』の中世ラテン語訳の写本の一つ）から取得した座標をもとに描いた『原論』第一巻命題47（ピュタゴラスの定理）の図版を掲げる（左がP写本，右がRossianus 579）．それぞれの特徴が十分に再現されている．





この描画のもとになったデータは，各点の座標と，どの点が相互に直線で結ばれているかということだけである．たとえばRossianus 579の図版の描画に利用したデータを以下に示す（印刷の便宜上二段組とした）．最初に11個の点の座標と，その名前が記述されている．(点の名前は便宜上，写本の言語に関係なく，小文字のローマン・アルファベットで記録してある.）そしてそれに続いて，直線で結ばれている点の番号が列挙されている．

```
1,504,299,a
2,301,419,b
3,680,430,g
4,295,737,d
5,666,749,e
6,374,207,z
7,243,298,h
8,651,219,t
9,725,314,k
10,490,743,l
11,502,425,m
```

```
line,1,2
line,2,11,3
line,1,3
line,2,4
line,4,10,5
line,5,3
line,1,6
line,6,7
line,7,2
line,1,8
line,8,9
line,9,3
line,1,4
line,3,7
line,1,11,10
```

逆に，ここに含まれていない情報としては，まず，点の名前を表す文字の図版内の位置がある．このため，再構成した図では点の名前はすべて点の右上側に置いたが，そのため，文字が他の線と重複して見にくく

なっている場合がある．これは，文字の座標も記録することによって解決する問題である．

また，写本の図では，定規の使い方が不正確なため，一点で交わるべき直線がそうなっていないこともしばしばある．これは座標を記録する点の数を増やせばそのまま再現できる．上のP写本の図ではそのような配慮をしてある．他にも，線の太さ，かすれ具合，フリーハンドで描かれた線と定規で描かれた線の違いなどは再現された図では一切無視されている[2]．しかし，こういった情報は，書記が描こうと意図した図形の形状に直接かかわるものでなく，図を描く際に，はからずも残した，いわば二次的な情報と考えることができる．もちろんこの種の二次的な情報も，書記の特定などに役立つ可能性などがあり，意義はあるのだが，当面は，書記が描くと意図した（と推定できる）図形について考察することとしたい[3]．

2　過度の標準化

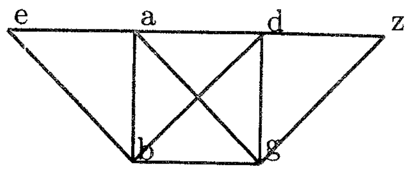
この研究はまだ開始したばかりであるが，その成果の一端を紹介したい．中世写本の図版について，すでに知られていることは，そこに描かれる図形が，命題の条件が必要とする以上に特殊な（特定の）ものになっていることが非常に多いことである．三角形は，もし二等辺三角形や直角三角形であっても構わないならば，そうと限らない場合でも，そのように「標準化」して描かれることが多い．全く一般的な不等辺三角形や四辺形は．図版の中には意外に現れないのである．同様に，平行四辺形は図の中では長方形になっていることが多い．また，直線上に点をとるときに，中点であってもなくても構わなければ中点がとられることも多い．

一つだけ例をあげると，『原論』I.37は，共通の底辺を持ち，同じ平行線の間にある三角形ABGとDBGが互いに等しいことを証明する．もちろん点AとDは底辺に平行な直線EZ上のどこにあってもよいが，多くの

[2]こういった線の特徴という点で興味深いのは，水平な直線が，その左端で少し上に上がっていて，右端ではそうなっていないという例が時々見られることである．これは，線を描いた書記が，線の下に定規を置き，左から右に線を引いたことを示唆する．すなわち，最初にペンを下ろす位置が少し定規から離れたのである．こういうずれが起こる頻度は写本によってかなり異なるように見受けられ，個人差に依存するように思われる．これは書記を特定・区別する根拠になるかもしれない．

[3]なお，線の太さ，かすれ，ずれなどの二次的な情報は，人間が目視で判断して記録するよりも，線の両端の二点の座標を記録したうえで，適当なプログラムで画像ファイルを分析して得るべきであると考えられる．これは将来の課題である．

写本ではABGDが等脚台形になるようにAとDが選ばれている．ABGDが正方形になっている写本さえある．ここには，正方形になっている例としてウィーンのいわゆるV写本から再現した図を示す．



このような傾向をここでは「過度の標準化 (overspecification)」と呼ぶことにしたい．これは現在のギリシア数学文献の翻訳の定本となっているHeibergの校訂版はかなり徹底して排除されていて，そのため我々の見る図版には，不等辺三角形や，角が直角でない平行四辺形などが，写本よりも頻繁に現れることになる．

とはいえ，Heibergも過度の標準化をうっかり見過ごした場合もあり，「同じ直線に平行な二直線は互いに平行である」ことを示す『原論』命題I.30では，写本と同様，三つの直線が等間隔のままである．もちろん等間隔である必要はない．また，命題41では，同じ底辺を持ち，同じ平行線の間にある平行四辺形と三角形に対し，平行四辺形が三角形の二倍であることが証明されているが，この平行四辺形が，Heiberg版でも正方形で代用されている．どちらの場合も，Heathの英訳では「一般化」された図が描かれている．

一方，図版はとんでもなく「誤って」いる場合も少なくない．等しくなくてはならない線が等しくなかったり，正方形が必要な場合にただの四辺形が描かれていたりすることがある．上のピュタゴラスの定理の図（右側のRossianus 579）はその一例である．

3　過度の単純化の起源

過度の単純化の起源は何なのであろうか．端的に言ってしまうと，問いはこのようになる：それは古代の数学者に遡るのか，それとも「野蛮な」中世の産物なのか．

非常にわずかなパピルス断片を別にすれば，我々は古代に描かれた図を持ってはいないので，この問いに決定的な答えを与えることは難しい．しかし，考察を進めるためには何が必要かを考えてみよう．

まず，もっと多くの写本からの，多くの図版の例を集める必要があることは明らかである．ここまでの予備的な調査で調べた写本は5本（ギリシア語本，アラビア語，ラテン語各1本）に過ぎず，それらについて『原論』第1巻後半の33個の図をそれぞれ検討したにすぎない．

これだけの調査で見出された「過度の単純化」および「図版の誤り」を表にしたものを本稿の最後に掲げる．表の見方について，二つの例について説明する．

1. 命題I.17では，$AB = A\Gamma$ である必要はないが，ギリシア語V写本と，ラテン語写本Rossianus 579では $AB = A\Gamma$ となっていて，アラビア語写本Huntington 435ではこの図が見当たらない
2. 命題I.36では平行四辺形が長方形または正方形として描かれている．これらは別にとりあげた．ただしこの表の作成にあたっては，正方形は長方形でもあるという解釈をとる．

この表を見てわかることは，過度の標準化は非常に頻繁に見られるということである．そして，複数の写本に同じタイプの過度の標準化が共通に見られることもわかる．これは，書記が図を描く際に，眼前にある写本の図をかなり忠実にコピーすることが多かったことを示唆する．これに対して,「一般的な」図は散発的に，たいてい一つの写本だけに現れる．

ここから受ける印象は，過度の標準化は，古代の原本にすでにあり，時として，もっと一般的な図が命題の数学的内容によりよく適合することに気づいた翻訳者や書記が，図を変更して，一般化された図を伝えることもあった，というものである．

この印象が正しいかどうかを確認するためには，テクストの分析から依存関係がすでに明らかである写本，すなわち一方が他方の写しであることがすでに知られている二つの写本に対して，図版を比較し，図版が写されるときに何が起こるかを調査することが有益であるように思われる．

ユークリッドのような優れた数学者が，一般の平行四辺形を扱う命題に対して長方形の図を描くような杜撰なことをしたはずがないという反論は常になされることであるが，このような決め付けは必ずしも説得的ではない．たとえばギリシアの数学者たちが「準一般的な方法」を利用したことは思い起こす価値があろう．彼らは任意の整数に対して成立する定理を証明する際に，しばしば2なり3なり5なり特定の数を選んで，この特定の数に対して定理を証明したのである（ただしその特定の数の選択に依存しないように証明を構成していた）．これが現代の研究者に

よって準一般的証明と呼ばれるものであるが，これが有効な証明として利用されていた以上，平行四辺形に対する命題の証明において，長方形や正方形の図を用い，長方形や正方形であることによる特殊性に依存しない証明をしても差し支えなかったと考えることが可能である．

準一般的証明がギリシアの数学者によって承認されていたならば，過度に標準化された図形を彼らが認めなかったと断定するわけにはいかない．

以上で本研究の最初の報告としたい．

参考文献

[1] De Young, Gregg, 2004., "The Latin Translation of Euclid's Elements Attributed to Gerard of Cremona in Relation to the Arabic Transmission." *Suhayl* 4, 311-383.

[2] De Young, Gregg, 2005. "Diagrams in the Arabic Euclidean tradition: a preliminary assessment." *Historia Mathematica* 32, 129–179.

[3] Grattan-Guinness, I., 1996. "Numbers, magnitudes, ratios, and proportions in Euclid's *Elements*: How did he handle them?" HIstoria Matheamtica 23, 355–375.

[4] Netz, R., 1999. *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics.* Cambridge: Cambridge University Press.

[5] Netz, R., Saito, K., Tchernetska, N. "A New Reading of *Method* Proposition 14: Preliminary Evidence from the Archimedes Palimpsest. *SCIAMVS*, 2(2001): 9–29, 3(2002): 109–125.

過度の標準化（『原論』I.16–I.48）

		P	B	V	R	Hu	He
I-17	二等辺 (AB=BΓ)	−	−	+	+	n	−
I-19	角 B 直角	−	+	+	−	n	−
I-20	二等辺 (ΓB=ΓD)	?	+	+	+	n	−
I-21	二等辺 (AB=AΓ)	+	+	+	+	n	−
I-22	$\Delta Z = H\Theta$	+	−	−	+	−	−
I-23	ΓΔE 正三角形	+	−	−	−	+	−
I-25	ABΓ, ΔEZ 二等辺	+	−	+	?	+	−
I-25	角 E 直角	−	+	−	−	−	−
I-26	二等辺 (AB=AΓ)	+	−	+	+	+	−
I-30	平行線等間隔	+	+	+	+	+	+
I-31	AΔ 直角	−	−	+	−	+	−
I-32	ABΓ 二等辺	+	+	−	+	+	−
I-33	長方形	+	−	+	−	+	−
I-34	長方形	+	−	+	−	+	−
I-35	長方形	+	+	+	+	+	−
I-35	正方形	+	−	+	+	+	−
I-36	長方形	+	+	+	+	+	−
I-36	正方形	+	−	−	−	−	−
I-36	$A\Delta = \Delta E = E\Theta$	+	+	−	+	−	−
I-37	左右対称	+	+	+	+	−	−
I-37	平行四辺形	−	−	−	−	+	−
I-37	正方形	−	−	+	−	−	−
I-38	左右対称	+	+	+	+	+	+
I-38	二等辺	+	+	+	−	−	−
I-39	等脚台形	+	+	+	+	+	+
I-39	長方形	−	−	+	−	−	−
I-40	Γ 共通	+	+	+	−	−	+
I-40	左右対称	+	+	+	+	+	+
I-41	長方形	+	+	+	+	−	+
I-41	正方形	+	−	−	+	−	+
I-42	ABΓ 長方形	+	−	−	−	−	−
I-42	ABΓ 二等辺	−	+	+	−	+	−
I-42	角 Δ 直角	+	−	−	−	−	−
I-43	長方形	+	+	+	+	+	−
I-43	正方形	−	−	−	+	−	−
I-43	K 中点	+	+	−	−	−	−
I-44	長方形	+	+	+	+	+	−
I-44	正方形	−	−	−	+	−	−
I-44	B 中点	+	+	−	−	−	−
I-45	ABΓΔ 平行四辺形	+	+	+	−	+	−
I-45	ABΓΔ 長方形	+	+	−	−	+	−
I-45	ABΓΔ 正方形	+	−	−	−	−	−
I-45	E 直角	+	+	+	+	+	−
I-47	ABΓ 二等辺	+	+	+	+	+	−
I-48	直角三角形	+	+	+	−	−	−

P = Vat. Grec. 190
Heiberg が最も重視した，いわゆる前テオン版のギリシア語写本.

B = Bodleianus Dorv. 301

V = Vindobonensis, philos. Gr. 103
テオン版のギリシア語写本.

R = Vat. Rossianus 579 (Gerard) ゲラルドによるラテン語訳写本の一つ.

Hu = Bodleianus, Huntington 435 アラビア語写本．詳細は [1] 参照.

He = ハイベアによる校訂版

誤った図版

		P	B	V	R	Hu	He
I-20	$\Gamma A \neq A\Delta$	+	+	−	+	n	−
I-22	A,B,Γ の長さ	+	−	−	+	−	−
I-24	角 $\Delta > A$	−	−	−	+	−	−
I-25	$B\Gamma \leq EZ$	−	+	+	+	+	−
I-38	Γ と E が一致	−	+	−	−	+	−
I-40	Z の位置	+	−	−	−	−	−
I-42	角 Δ	−	+	−	+	−	−
I-44	角 Δ	+	+	−	−	−	−
I-44	領域 Γ	+	+	−	+	−	−
I-47	正方形でない	−	+	−	+	−	−