「エウクレイデス「原論」と劉徽「九章算術注解」の比較数学史～比較文化の立場から～」

三富　照久　　中央大文学部　　　(teruhisa31@yahoo.co.jp)

§1 序

エウクレイデス「原論」はギリシア数学の記念碑的な作品であるが、そこにはギリシア人のポリス文化におけるフィロソフィア（学問探究）の輝かしい成果が大きく流れ込んでいる。　例えば、比（ロゴス）や比例（アナロギア）の“思想”である。　ピュタゴラス学派の“数”や“無理量”の探究は、プラトンによってその学園アカデメイアに引き継がれ、テアイテトスやエウドクソスなどのマテーマティコイ（マテーマタを研究する人々）らの新しい研究成果を生むことになる。

注１）マテーマタは、広い意味では、数論、幾何学、音階論、天球論、視学、・・・などを含むので、「ギリシア数学」と訳すのは最適とは言えない。　マテーマタに共通するのは、数と量の区別、比と比例の研究の重視である。

ロゴスは数学的に“比”を表すが、その他の意味としてよく知られた“言葉”や“論理”の他に、“配分”や”割合”という意味を持つ。　この意味は「自ら自由市民たちが法を制定する」というヘシオドスが指摘したポリスの存在意義（正義のあり方）に、深く関与している。　例えば、自由市民（評議員）たちが重要議題とする税金の負担の“配分”（ロゴス）などは、自由市民たちの投票数の“割合”（ロゴス）によって決まるからである。（この意味でポリスの“正義”とは、投票数の“ロゴス”なのである！）

一方、古代中国の算術における集大成「九章算術」と、劉徽（リュウキ）による「九章算術」の註解は、古代中国における数学の“役割”と、アルキメデスにも匹敵すると言われる古代東洋最大の“数学者”の知性とその背景にある“思想”を具現している、と言えよう。

まず「九章算術」の役割は、その多くの実際的問題に採用されている“度量衡の統一”ということが挙げられる。　夏殷周以来の古代中国（そもそも「中国」という国号は１９世紀に、条約における必要性から生まれた）は多くの（言語の異なる）領国に分かれており、漢字や度量衡も地方によって異なっていた。　それをまず公用として統一したのが秦の始皇帝であり、自らを宇宙の中心とする“中華”思想にとって、官僚的な計算術には統一された度量衡が必要だったのである。

注２）古代ギリシアは独立した多くのポリスに分かれており、度量衡も異なっていた。　その意味で統一された尺度ではなく、比や比例に着目するというのは自然な発想でもある。

また、劉徽はいわゆる三国志の時代の魏の人である。　魏では曹操が形骸化した儒教の官僚主義に代わり、実力主義で人材を活用していた。　当時、皇帝の最も重要な責務として暦の制定があったが、魏呉蜀の中で魏が一年を３６５日と１８４３分の４５５日とする最も精密な暦を採用していた。　算学はこの暦の算定とも密接に関係しており、劉徽の九章算術の註解は古代の六芸（リクゲイ）における算学の学問性の復活を主張するものでもあった。　「九章算術」にはエウクレイデス「原論」のような“数と量の峻別”のような思想はなく、分数（有理数）でいくらでも小さい数を表せる、という立場をとっている。（有理数という概念があったのか、は調べる必要

がある。）　アルキメデスに匹敵する、劉徽による円周率の近似値計算は有名であるが、そこにどのような極限思想があるかは、明らかではない。（色々な解釈がある）

最後に、この論考での「比較数学史」の発想は、故・村田全氏の「日本の数学・西洋の数学」における「和算」と「西洋数学」の比較数学史の試み（数学内部の歴史に多少の精神史的背景を考慮する）の精神を継ぐものであり、西洋の数学と日本の数学の源流となる２つの古典を比較して、それらが文化的・思想的背景といかに密接に関係しているか、を明らかにしようとするものである。（したがって必然的に、比較文化ということになっている。）

注３）「日本の数学　西洋の数学」村田全、中公新書、１９８１

§２　エウクレイデス「原論」の特徴

エウクレイデス「原論」の特徴として以下のものがある。

（１）定義、基礎定立（要請）からの論証体系（アリストテレスの「論証的知識学」）

（２）数（単位からなる多）と量の峻別

（３）単位による数の比例論（素数など初等整数論含む）

（４）単位による量の比例論（無理量論含む）

（５）比例論・等積変形による幾何学

（６）背理法による極限論法（取り尽くしの原理）

（７）アリストテレス的可能無限の立場

数（アリトモス）と量（メゲトス）の峻別はピュタゴラス～プラトンの思想的（形而上学的）伝統に由来し、そこには「単位（モナス）は分割出来ない」という基本思想がある。　ピュタゴラス学派以来の、数を宇宙の原理と考える形而上学的伝統は、ローマ時代の新プラトン主義（プロクロスなど）を経て、最後のローマ人と呼ばれたヴォエティウスにより、「4 科」（数論、幾何学、天文学、音階論）の形而上学的解釈（キリスト教神学）として、西ヨーロッパの中世世界まで続くことになる。（自由学芸として中世大学で教えられたが、それらはあくまで自由人のための“教養”であって、マテーマタとしての研究発展は目的とされなかった）

そしてこの数と量の峻別という思想と訣別するのが、１６世紀に１０進法小数の計算法を導入したシモン・ステヴィンであり、１７世紀に普遍数学（数と量の一元化）を提唱したルネ・デカルトである、ということなのである。（それは実数概念と関数概念の誕生の契機ということで、「科学革命」の重要な契機となっている）

注４）「科学革命の先駆者　シモン・ステヴィン」山本義隆（監修）、朝倉書店、２００９

注５）「デカルトの数学思想」佐々木力、東大出版会、２００３

しかしエウクレイデスの著作には、そのようなピュタゴラス・プラトン的形而上学への憧憬は見られない。　エウクレイデスが活躍したとされるエジプト学術都市アレクサンドリアは、プトレマイオス王家の栄光のために、ペリパトス派の人々（アリストテレスの学園リュケイオンで学んだ人々）によって学問的活動が企画・運営されていて、そこにはアリストテレスの形而上学とマテーマタを区別する学問観が反映していた。

注６）アリストテレスはフィロソフィア（学問）を理論学、制作学、実践学の３つに分類し、さらに理論学を第一哲学（形而上学）、マテーマタ、自然学（フュシカ）の３つに分類した。　つまりアリストテレスはマテーマタをプラトン的形而上学と切り離し、研究対象を明確化して個別学としたのである。

例えば、エウクレイデス「原論」での数の定義は「数は単位よりなる多である」であるが、ここには形而上学的意味は持たされていない。　エウクレイデスと同様にプトレマイオス王朝以降のヘレニズム時代において活躍した、アリスタルコス、アルキメデス、アポロニウス、ヒッパルコス、などの広くマテーマタ（天文学、機械学、なども含む）を研究する人々は、特に形而上学について強く主張することなく（表面的にはアリストテレスの学問分類に従って）、マテーマタにおける専門分野を深く研究した、と言えよう。　つまりエウクレイデスたち（ヘレニズム期のおけるマティーマティコイたち）の学問研究態度は、かなり現代の数学者（あるいは数理科学者）に近いものと言える。

注７）「数理科学の起源としてのエウクレイデスについて」三富照久、津田塾大数学史シンポジウム、２０１１

注８）「エウクレイデス「オプティカ」は数理科学か？」三富照久、数学教育学会、春季年会論文集、２０１１

注９）「エウクレイデス「原論」は純粋数学か？」三富照久、津田塾大数学史シンポジウム、２０１３

（数の形而上学による伝統）

例１）アレクサンドリアのフィロン「世界の創造」（旧約聖書「創世記」の寓意的・象徴的解釈）

「モーセの言によれば、この世界は６日間でつくられた。・・・・ところで、「秩序」に欠かせないのは「数」であり、さらにその数の中で、自然の諸法則上最も生産的なのは６である。つまり６は、１から数えて最初の「完全数」であり、その約数の和に等しく・・・。」

「さらにモーセは、６日間のうち最初の日は除き、他のそれぞれの日に森羅万象の諸部分をいくらかずつ割り振った。　だが最初の日を「第一の日」ではなく、「一つの日」と呼んでいる。・・・それは、その日に「一（単位）」の本性を洞察したからである。」

注１０）アレクサンドリアのフィロンは、紀元前１世紀頃ローマ帝国治下のアレクサンドリアでギリシア的教育を受けた富裕なユダヤ人、ギリシア人の優位に対向してヘブライ思想（ユダヤ教の唯一神信仰）の栄光を、プラトンやギリシア哲学を利用して主張した。　その寓意的解釈の方法は後のキリスト教神学にとり入れられ、アウグスティヌスにも連なる自然神学の重要な伝統となった。

注１１）「世界の創造」フィロン、町田啓（訳）、教文館、２００７

例２）プロクロス「神学原論」（プラトン的神学を「原論」のように演繹的に論証した著作）

命題１「多はすべて、何らかの仕方で「一（単位）」を分有する。」

命題２「(一を分有するもの）はすべて、「一」であるとともに「一」でない。」

命題５「多はすべて、「一」より後なるものである。」

命題１３「善いものはすべて、それを分有するものを一なるものとする。そして、一なるものとすることは、すべて善いことであり、「善」と「一者」は同じである。」

注１２）プロクロスは５世紀にアテナイのアカデメイアの学頭となった、新プラトン主義を代表する最後の哲学者であり、プラトン「ティマイオス注釈」や「エウクレイデス「原論」第１巻注釈」などの著作がある。　プラトン主義の立場からプロクロスは「原論」をプラトン哲学の準備と考えたが、これはヘレニズム期のマテーマタの伝統とは異なる。

上記のプロクロス「神学原論」は、アリストテレス「原因論」（偽書）に編集され、イスラム世界の「哲学」形成、そして西ヨーロッパの中世大学設立期における、アリストテレス哲学の受容に大きな影響を与えた。

注１３）「世界の名著　プロティノス　ポルピュリオス　プロクロス」田中美知太郎（責任編集）、中央公論社、１９７６

例３）ボエティウス「算術教程」（ゲラサのニコマコス「算術入門」を参考にしている）

「自然によって構築されたあらゆるものは、その始まりから、数という原理によって形成されていると思われる。　数は創造主の知性の内なる第一の範型であった。　四元素の数多性、さらに四季の運行、そして星の運動と天体の回転はそこに由来するのである。」

「（算術は第一の学問である）なぜなら、世界の堅牢な構造の創造主たる神は、この第一の学科を彼自ら思考の範型と見なし、それに従ってあらゆる事物を形成したからである。」

「作成する理性にもとづいて成り立つすべては、数によって規定された秩序の調和を示す。」

注１４）ボエティウスはローマ貴族の出身で、若い時にアカデメイアで学ぶ。　西ローマ帝国滅亡後、西ゴート王国の宰相となる。　「４科」を提唱したが、それはキリスト教神学者として、「４科」がキリスト教的真理に至る道と考えた為であって、ヘレニズム期における自由なマテーマタの研究態度とは異なる。（視学、機械学、などは原則として含まれなかった）　その伝統は、その後の中世大学学芸学部での自由学芸としての「４科」まで続いた。

注１５）「ボエティウスの伝統」K.リーゼンフーバー、「中世における古代の伝統」創文社、１９９５、所収

（数による形而上学からの解放）

（例１）シモン・ステヴィン「算術」（フランス語、ヴィエトなどフランス代数学派にも影響を与えた）

「（定義２）数は、それによってそれぞれの事物の量を説明するところのものである。」

「１も数である。（ギリシア的単位の否定）」

「数は不連続量ではない。（数は「単位よりなる多である」の否定）」

「√８になんら馬鹿げていたり不合理だったりするものはない。それはその平方が８になるような数を表すに過ぎず、２乗すると１６になるような数が４であるのと同様である。」

「馬鹿げている、あるいは不合理、変則的、不可解、無理な数などない。」

「（すべての）数は、無限に小数で近似できる」（「十分の一法」）

注１６）シモン・ステヴィンは、アリストテレス自然学を重要視せず、アルキメデスの静力学をガリレオに先んじて理論的に発展させた（力の合成など）人物であり、天文学では地動説と天動説の同値性を数学的に証明し、数学では（無限）小数を導入し「実数」の直感的概念を与え、代数学（関数概念）を発展させた人物であり、単に「小数計算を導入した」だけではなく、ガリレオやデカルトに至る過程で天才的才能を示したオランダ人である。　ただ、ガリレオなどと異なりオランダ独立戦争の際の、軍事技術・会計責任者として実務を担当しており、「技術者」として歴史家に理解されたことが、科学史における正当な評価を妨げているように思われる。　ブルバキ「数学史」では、「（ステヴィンには）数の連続体に関する明晰な直感像の生まれていることが認められる。」と書かれている。

注１７）「科学革命の先駆者　シモン・ステヴィン」山本義隆（監修）、朝倉書店、２００９

（例２）ルネ・デカルト「精神指導の規則」（「幾何学」で演算が完成された）

「（規則４）、・・つまり順序（ordo）、あるいは尺度（mensura）が吟味されるすべてのもののみが数学に関係し、また、数とか、図形とか、星とか、音とか、あるいはその他のどんな対象におけるにせよ、そこにおいてかかる尺度が研究されねばならない、ということは重要ではない、ということ、そしてさらに、どんな特殊な質量にも付与されていない順序と尺度とについて探究がなされうることをすべて明らかにするような、ある種の一般的学問がなければならないということ、・・・すでに昔から存在して用法も認められている用語では普遍数学（Mathesis universalis）なる名称が与えられているということ、・・・・。」

注１８）実際は、次元を超えて「量」に対して線分（正の実数）を対応させる明確な演算規則は、「方法序説」の試論としての論文「幾何学」に記述されている。　デカルトは後期の著作では普遍数学という用語は用いていない（「普遍学」は使われている）が、後のフォン・スホーテンの「普遍数学の諸原理」やジョン・ウォリスの「普遍数学」などにおいて、「一般的に、ａ，ｂ，ａ＋ｂ，ａ－ｂ，ａｂ，ａ／ｂ，は連続的、離散的、という区別をこえて、いかなる量も表す（１次元）数の演算」という理解が普遍数学の手法として広まり、文字の式による表現が（実数を前提とする）関数概念に発展していった。

注１９）「デカルト著作集１～４」（増補版）、白水社、２００１

注２０）「デカルトの数学思想」佐々木力、東京大学出版会、２００３（普遍数学概念の形成史にくわしい）

§３　劉徽「九章算術」註解の特徴

（１）ほとんどの問題に度量衡の単位が付いている。
（２）分数計算の整備（約分、通分など）
（３）分数による無限的近似（実数概念はあるか？）
（４）整数論的計算（整数論はあるか？）
（５）連立方程式の精密な解法
（６）アルキメデス的な円周率の近似計算（極限概念はあるか？）
（７）球の体積計算（カバリエリの原理の発明、原子論はあるか？）

古代における数学は伊東俊太郎「数学史」によると、ギリシアの論証的数学以外は操作的数学（計算の手順を定式化する）であったと言う。　どの文明圏においても、暦の作製や土地の測量、税金の計算などの為に、技術としての計算術（操作的数学）が生まれた。

劉徽は測量士でもあったが、いにしえの「六芸」における算学の学問性を強調するため、論理的反省を含めて批判的に「九章算術」を解明していき、その誤りは率直に訂正している。(例えば、円周率は古来は３であったが、これは正しくないと批判している。)

劉徽は算学を学問として復活させたいという志向があるが、後の律令制度においては、算博士は高級官僚（中国では官僚が四書五経の教養を身に付け、学者でもあった。）というより、どちらかと言うと技術官僚であって、算学の地位は経学（儒教の古典の解釈学）を支える実学という立場にあり、それほど高いわけではなかった。

注２１）「劉徽「九章算術」註解」を訳された川原秀城氏（東大教授、中国科学史）によると、中国における学問分類のパラダイムは漢代に成立し、算学を含む「術数学」は、主に暦数学と占術に分かれ、暦数学が天文、暦学、算学、等を含むとされている。　大雑把に言えば、「術数学」が古代ギリシアにおけるマテーマタに対応する、という事になる。

注２２）「中国の科学思想（両漢天学考）」川原秀城、創文社、１９９６（漢代における学問分類、とくに術数学にくわしい）

例えば、儒学と算学の関係については、劉徽自身が「九章算術」註解の序文において、「周公、礼を制して、九数（九種の算）あり、九数の流、すなわち九章（九章算術）これなり」と述べており、これは経学（儒学）の中に、九章算術が実学として取り込まれていた事を示している。

注２３）「劉徽註九章算術」川原秀城訳、科学の名著「中国天文学・数学集」薮内清（責任編集）朝日出版社、１９８０、所収

では、古代中国の術数学に、ピュタゴラス・プラトン的な形而上学的伝統に比するものがなかったかと言うと、一概にそうは言えない。　それは術数学のもう一方の伝統である占術の系統である。　川原秀城氏は「西洋の哲学史や科学史を少しでも噛じったことがある者ならば誰しも、ピュタゴラス学派の数の神秘説と、術数学の数の神秘説のあまりの類似に驚愕するはずである。」（注２２）と述べて、命数、占数、などによる「易」の数の形而上学の伝統をくわしく挙げてい

る。　しかし、孔子が晩年に「易」を愛好したように、「易」は「易経」として五経の筆頭となり、経学に取り込まれた形となってしまい、基本的に算木の計算術である「算学」は「易」と離れて実学として位置づけられてしまった、と言えよう。

注２４）劉徽の「九章算術」註解の序文は、経書である「易経・繋辞伝」の文章を参考にした所が多く、数の形而上学的価値を尊重する姿勢は感じさせられるが、本文の中に易の問題や注釈はなく、あくまで実学として解説されている。

§4　エウクレイデスと劉徽の比較考察

エウクレイデス「原論」自体にも形而上学的記述は全くなく、その点では「九章算術」と同様に、現代から見ても両書ともに一応数学書であると解釈出来る。
相違点の特徴をはっきりさせる為、以下の２つのテーマについて比較考察する。

（１）数の概念、整数論、実数概念との関係
（２）極限的概念について

<（１）について>

まず「原論」の最も大きな特徴は、数と量の峻別である。
この数は離散的で不連続であり、分割できない「単位」を必要としており、「数は単位からなる多」であり、この数の認識は、ピュタゴラス学派（くわしくはピュタゴラス教団のマテーマティコイ）以来の、いわゆるアリストテレスの「万物のアルケーは数である。」で説明される、形而上学的発想を起源としている。　この数の表現方法としてあるのが、単位による比例論である。　この比例論によって表面的には「分数」は不要とされる。　「原論」では、A : B＝２ : ３　という表現は、A が単位 E を 2 個含み、B が単位 E を３個含む、ということを意味している。（その意味で共約可能）　そして、A/B = 2/3 という記法はない。　つまり分数は「数」として認められていないのである。

一方、「九章算術」における数は、１～９の漢数字で表される整数、有理数を表しているが、「原論」と異なり、有理量・無理量の区別は表面的にはない。　つまり整数と有理数のみが計算の結果として現れるのであって、「九章算術」において分数とはすべて有理数なのである。　ギリシア以外のエジプト、メソポタミア、インドなどの文化圏では、ほとんど分数の使用が操作的数学とともに起こっており、√２などは近似値を求めることが目標であり、そこで終わっていた。（技術的応用としては、それで充分である）　「九章算術」の場合は、分数でいくらでも小さい数を表せるという数値計算的信念があるため、無理数の概念が起こりにくかったのだろうと推察される。分数でいくらでも小さい数を表せるということは、無限的小数近似と同様であり、ステヴィン的に数の連続性が（暗黙の内に）直感的に理解されていたと思われる。　この事によって、円割術（円を内接正 n 角形で、無限的に近似してゆく）などにおいては、極限的思考が数値計算的方法の中で容易に適用された、という可能性が考えられる。

古代ギリシアでも分数の表記がなかったわけではない、それは計算術としてのロギスティケーに含まれる。（後のアルキメデスやプトレマイオスは、目的に応じて分数を用いている。）　そもそも古代ギリシア数学では、「九章算術」のような、漢数字を用いた極めて明晰・合理的な記数法とは異なり、１、２、３、・・・は、α、β、γ、・・・であり、専用の数字というものがなかった。　古代バビロニア（シュメール文化の遺産）においても、農産物としての税金の計算が多くの粘土板として残っているが、そこでは専用の数字が用いられ、数学文書として６０進法の少数

表記が残っている。（√２の精密な近似値として有名）　この理由として、古代中国、古代バビロニア、古代エジプトなどは、大河に面した灌漑を必要とする中央集権的な農業国であり、農産物の生産量、土地の測量、暦の計算、などで実用的な「計算技術」が求められた事が、考えられる。

一方、古代ギリシアのポリス群の場合は、前８世紀くらいから主に手工業製品（壺、金属工芸品）やオリーブ油、奴隷などの交易によって、互いに独立したポリス市民たちは富（貨幣）を蓄積し、民会、評議員会、などで自己主張しつつ投票による「法」によって、ポリスを運営していた。（アテナイなどは、食料となる穀物の多くを輸入にたよっていた）　またギリシア本土のオリーブ栽培は、多くの水を必要とせず、穀物のような用水管理がいらなかった。

注２５）「分数の起源に関する史的考察」上垣渉、三重大学教育学部研究紀要（自然科学）、１９９６（古代の分数の比較）

次に「量」についてであるが、「原論」の場合は、線分、多角形、立体、などの“大きさ”そのものを指している。（ギリシア人の形相の愛好？）　この意味は、現代人が慣れているような数値計算の値としての、長さや面積や体積ではない、ということである。　例えば、「原論」第１巻の主要定理は
「任意の凸多角形は、一辺と底角が定められた平行四辺形（長方形でも良い）に等積変形できる。」であるが（この応用としてピュタゴラスの定理が証明される）、この事は２つの図形の“大きさ”が等しいことを、「等積変形」という定規（目盛りのない）とコンパスでの操作（定義、要請、前の命題の結果を用いた）によって、論理的に視覚的に“論証する”ことに他ならない。　決して、２つの図形の面積（数値として）を計算して比較するのではない、のである。　そして、この定理は、凸多角形という複雑な対象を、すべて高さと底角が等しい平行四辺形（長方形でも良い）に移し変えて、そのような平行四辺形の底辺の長さの比として比較しようとしている、のである。

そして、いわゆる面積公式は、必ず２つの図形の大きさの比として表現される。
例えば、三角形の面積は「九章算術」の劉徽の注では、（底辺÷２）×高さ、と数値計算法が載っているが、「原論」では、三角形とそれが外接する長方形の大きさの比が、１：２である、と表現される。　つまり「原論」では、幾何学的対象の視覚的な大きさそのものが、より簡単な図形の大きさとの比を通じて知られる、ということであって、「原論」の特徴である「単位による量の比例論」に通じているのである。（後にアルキメデスは、球の大きさはそれが外接する円柱の大きさとの比が２：３である、として証明した）

注２６）線分と立体は大きさが異なるので、A:B のような比を取ることは出来ない。　つまり　「原論」における「量」からは、自然に“次元”が現れるのである。　「九章算術」は度量衡が、実質的な次元を含んでいる。

注２７）次元の同じ２つの図形、A,B にたいして、A：B ＝ a:b となる自然数 a，b が取れないとき（つまり共測な単位がとれない）A と B　は共約不能と言われ、A、B　は無理量となる。

注２８）「エウクレイデス全集１」（「原論」１～６巻）、斎藤憲（訳・解説）、東京大学出版会、２００８

「量」の理論とは、単位による数の比例論（整数論）が適用できない幾何学的対象を扱うため、無理量を含む形での単位の比例論ということであり、あくまで数の比例論を拡張しようという、強い思想が感じられる。　つまり「単位」というもの（単なる計算上の１ではない）と、「比例」ということが、「原論」の（数学を形成する過程での）前提となっている、ということである。

この「単位」と「比例」は、プラトンの「ポリテイア（ポリス的国家論）」や「ティマイオス」などの主要著作（対話篇）においても、決定的な重要性を持っているのである。　「ポリテイア」

では、単位が分割できない事がしきりに強調されているが、その理由としてはいったん分割を許してしまうと無限分割を許容し、ゼノンのパラドクス（アキレスと亀など）のような矛盾に陥ってしまう、というのである。（プラトンにおいてもアリストテレスにおいても極限的な「原子」は否定されている）　また比例についても「ポリテイア」における“線分の比”が有名であるが、宇宙の生成を論じたプラトン唯一の自然学の書「ティマイオス」においては、自然を構成する根源的な４元素について、火：空気＝空気：水＝水：土（元素の軽い順）という連続的な比例関係（アナロギア）が、いわば創造神デミウルゴスによるコスモス（宇宙）の秩序を反映するかのように、語られているのである。　アリストテレスにおいても、「霊魂論」で、能動理性：受動理性＝理性的霊魂部分：欲望的霊魂部分、（神：人＝人：獣）という比例関係が、プシュケー（魂）の論理（ロゴス）を現すものとして述べられている。

つまり比（ロゴス）や比例関係（アナロギア）は、ギリシア人にとって現代における“法則”としてのアインシュタイン方程式のような、宇宙のコスモス（秩序）を反映するロゴス（論理）の役割を果たしているのである。（ピュタゴラス派においては、１：２、２：３、３：４、は宇宙の調和を生み出す力、つまりハルモニアとしてのピュタゴラス音階を表す）　そして、このギリシア人の創意は古代ギリシアのポリスにのみ起こったのであり、王や神官が絶対的権力を持たないポリスにおいては、ポリス自由民の正義の実現は、まさにヘシオドスが「仕事と日々」で歌ったように、ポリス自由民の投票数の割合（ロゴス）によって決まる“法（判決、政策）”なのである。　ここにおいては、独立な小国ポリスの政治・経済システムと、古代中国（秦や漢）の皇帝による中央集権的な文化的（龍と宮廷儀礼）・官僚的な統治システムの違いが、数学の文化的・思想的基盤の違いとして、「原論」と「九章算術」の成立に影響したと理解できる。

注２９）「原論」において数は不連続であるが量は連続であり、量においてはいつでも単位による比例論が適用されているわけではない。　この不連続性と連続性の違いが、ガリレオの時代の運動論において、量として表される距離や時間の関係の考察に混乱をもたらした。

注３０）古代中国においても、数を創造の原理とする考え方はあった。　例えば、老子「道は一を生じ、一は二を生じ、二は三を生じ、三は万物を生じる。　万物は陰を負い陽を抱え、陰陽の二気が交ざり合って、和をなす。」など、数は天の摂理を反映するというものであるが、古代ギリシアでのコスモス（宇宙）を反映するロゴスとしての“比例論”は誕生していない。「九章算術」註解においても、比は比率としての分数でしかない。

<（２）について>

まず現代の実数と「原論」の量（線分）との違いについて、現在の実数はカントールの集合論（実数の公理）によって、実数としての線分（区間）は、実数としての点（有理数または無理数）の集合であるが、「原論」での線分は点の集合とは考えられていない。　その理由は、「大きさをもつ線分は、大きさをもたない点の集まりにはなり得ない。線分は線分にしか分解できない。」というアリストテレスの論証的考察の結果である。　エウクレイデスがアリストテレスに従ったというより、当時のアカデメイアで形成された、幾何学における常識であっただろうと推察される、そして「原論」での点は、端点か交点か孤立点のいずれかである。　ここには「原子」という極限的発想をできるだけ回避したいという意志が感じられる。（後のアルキメデスにおいても、極限的操作は厳密な証明では登場しない）

注３１）「自然学」アリストテレス、（全集）岩波書店、１９６８（無限性、連続性、について論理的に考察されている）

「原論」における極限論法は、後世から「取り尽くしの原理」と言われているが、実態は背理

法であって、極限をとるという操作は部分的に可能無限的に行われているに過ぎない。　ここで可能無限的ということは、例えば「どんな小さい量についても、与えられた有限線分を２つに分割するという操作を、必要とされるだけ何回も続ければ、最初の量より小さくなる。」ということである。　ここでもアリストテレスの批判、「円に内接する正 n 角形の n を無限に大きくしていくと、円に一致する（アンティホン）は正しくない、なぜなら n をいくら大きくしても実在として、正 n 角形は、円に一致しないからである」が、ギリシア幾何学の常識形成に影響したことが、推察される。　ここでも極限的に“不可分”である原子（アトモンとは、それ以上分割できないという意味)、という思想が回避されている。

注３２）アンティホンは円積問題（円を正方形に等積変形するギリシア３大難問の一つ）を解く過程で、正 n 角形が正方形に等積変形できる（「原論」第１巻の結果）を利用して、その極限として円と正方形の大きさの一致を示そうとした。

注３３）「ユークリッド原論」中村幸四郎、他（訳・解説)、共立出版、１９７１（取り尽くし法について現代的な解説がある）

一方で「九章算術」註解では、「原論」で与えられなかった円の面積公式が、極限論法を用いて見事に与えられている。（第１巻、方田、３２「円周の半分と直径の半分を掛け合わし、面積の平方歩数を得る。」）　この証明の方針は、アルキメデスと同じく円に内接する正 n 角形の n を大きくしていく、ということであるが、アルキメデスの場合は取り尽くしの法を利用しているため、n は必要なところまでしか大きくしていない。（アルキメデス「方法」のように、発見法として原子的な極限論法を使ったという説もあるが）　しかし、劉徽の場合は円に内接する正６角形から始めて、n＝６→１２→２４→・・・と正 n 角形の辺を増やしていく過程において、「このように円の内接多角形を次第に細かく割っていくと、その面積と円の面積の差はますます小さくなり、その過程を繰り返して割ることができない所まで行えば、終には円周と一致し、面積の差などなくなる。」と述べていて、ここでは「面積の差がますます小さくなる」ことによって、直感的に正 n 角形の極限が円に一致することが認められている。　古代中国においては、自然哲学として陰陽論や「気」の思想はあるが、原子論的な発想は生まれなかったので、（例えば、「点の集まりが線分か？」などという問題そのものがなかった）古代ギリシアのような原子をめぐる深刻な対立は起きていなかった。　したがって上記の劉徽の直感的な極限論法は、「どんな数も分数でいくらでも近似できる」という「九章算術」注解における基本的信念（ギリシア幾何学における「常識」に相当する）の延長線上にあると推察される。　どんな幾何学的な量も、数としていくらでも分数で近似できる（だろう)、という意味では「九章算術」の方がより現代の実数論のイメージに近いかもしれない。

注３４）「中国思想史」アンヌ・チャン、知泉書館、２０１０、（西洋的な感性で説明されており、例文が多く明晰である）

注３５）球の体積については、「原論」では求められていないが、「九章算術」注解では本文の誤り（第４巻、小広、２４）を訂正しつつ、立方体に内接する牟合方蓋（立方体に内接する２つの円柱の共通部分、合蓋と略す）と、それに内接する球の体積を比較するという方針が、「ここで球がこの合蓋に内接することを考えれば、合蓋は方率、球は円率をなすことがわかる」（川原・訳）として述べられている。　しかし最終的に球の体積は求められず、「あえて疑わしい所を欠かず、このことによってよく説明できる者を待つことにする。」として後世への期待で終わっている。　よく中国数学史の本で、劉徽が「カヴァリエリの原理」を用いて球の体積を求めようとした、と書かれているが、上の劉徽の文章だけではそのように解釈することは難しい。　なぜならカヴァリエリの原理は、「不可分者」の理論であって、不可分者としての点の集合が直線であり、不可分者としての直線の集合が平面である、という前提に立っているからである。（アルキメデスも「方法」で、暗黙の内にこの観点をとっている）　そして劉徽の極限思想は、円の面積公式のところで述べたように無限的な近似であって、原子論的な発

想を前提としていないのである。　劉徽の先の文章だけでは、合蓋や球が切り口としての平面に無限に分解されている、という主張は読みとれない、と思われる。　球の体積公式は、後に劉徽のアイデアをヒントにして、祖冲之父子によって正しく求められた。

柱３６）「中国の数学通史」李迪、森北出版、２００２（劉徽の業績も、現代数学を用いてわかりやすく説明されている）

§５　比較文化的な視点から

　中国科学史の日本における開拓者である薮内清は、「中国の数学」岩波新書、１９７４において、小倉金之助の「九章算術」を評した言葉、「「九章算術」は支那の基本的数学書であった。その中には優秀なる数学的方法を含んでいる。若し之をギリシア数学（「原論」）に比するなら、幾何学と数論とに於いてはギリシアに劣るけれども、算術と代数に於いては、ギリシアを凌駕していると、確信するものである。」を引用している。　小倉金之助の言葉は、ギリシア数学と中国数学の特質をとらえていて名言ではあるが、「どちらが優れているか？」という問いは、比較文化の方法ではない。　なぜなら、どちらが優れているか、を判断する「価値観」そのものが、各時代・各地域の“文化”（人間が創造した）に依存するからである。　先ほどの小倉金之助の評は、あくまで現代という視点から見た場合のものに過ぎない。（その意味で重要ではあるが・・・）

エウクレイデス「原論」も、劉徽「九章算術」もそれが成立する必然性を、その背景となる文化がもっている。　ギリシアにおいてポリス社会が成立しなければ、「原論」も生まれなかったかもしれないし、中国において中央集権的官僚社会が生まれなければ、「九章算術」もなかったかもしれない。　どんな文化であっても、数える、大きさを測る、という行為は生活のための根源的要素である。　比較文化の方法は、各文化において「なぜその文化に特有の現象が起こるのか？」を探究しなければならない。（その意味で、和辻哲郎「風土」は比較文化的方法の古典であろう）

一般にギリシア数学、エウクレイデス「原論」における演繹的論証体系が、他の古代文化圏における操作的数学より「優れている」と評されることが多いが、それは現代数学がそのような演繹的論証体系であって、その起源として「原論」があるという観点に基づいているからであって、いわば現代史観に立っているのである。　しかし古代中国のような官僚社会では、現実的問題を処理する上で、「原論」はほとんど実際的な役に立たなかった事であろう。　紀元前二千年以上前から輝かしい農耕文化が存在した超古代文明である古代中国や古代エジプトに比べて、ギリシア文化はその”後進性”を特徴とする新しい文化であった。　前８世紀頃におけるポリスの誕生は、それ以前の暗黒時代（BC１２～BC９世紀）における王や神官の機能や権威の没落した社会から、有力市民の合議制（投票）による政策決定を通じて、交易により経済を再生させる転換点であった。　ポリス社会における精神的古典となったホメロスの叙事詩もこの頃成立したのであって、他の古代文明に比べれば、古典としてはものすごく新しく、神官でないまったくの個人が創作したということは、他の古代文明では有り得ないことなのである。（古代インドにおいても、天啓聖典とされるヴェーダ類は紀元１３００年～紀元１０００年頃に成立している）　暗黒時代から脱したギリシア市民たちは古い記憶を忘れるように自己主張を始める、それがオリンピア祭における神的行事として発足したオリンピア競技会であり、自然哲学におけるアルケーの探究である。オリンピア競技会における英雄的名誉（お金ではなく）を崇拝する競争精神は、音楽や詩の創作や演説などにおける競技会も誕生させ、自由農民であったヘシオドスはそのような詩作競技会の優勝者として、ギリシアの神々の系譜を秩序と正義をもって描くことになる。（貴族でも神官でも

ない農民が、神々を語るということは、他のオリエント社会では有り得ないことであった。）　そしてアルケーの探究であるが、「原論」における定義・要請・公理などは、そこから多くの命題が論証されるという意味ではアルケー（原理）なのである。　このアルケーはアルコンと言葉として同根であり、アルコンとはポリス政体の危機的な状況における、全権を委ねられた法律制定者を意味する。（１人とは限らないが、歴史的にはソロンの改革のソロンが有名）　法律制定（政策決定）ということが、ポリスの最大課題である以上、アルコンはポリス政体の最高のアルケーなのである。　また証明ということも、ポリス政体の法律制定過程において、相手を説得する行為と相似であり、その証明の正しさも投票におけるロゴス（割合）によって決定されるのである。

また自然哲学におけるアルケーの探求は、他の先進文明の大国であるエジプトやバビロニアにおいて神官たちが独占していた、王権の根拠たる「神話」の管理を、王・神官階級の没落したポリス政体において、自由市民たちが自らのアイデンティティーの“自己主張”として生まれたと解釈することも出来よう。　このような意味で、エウクレイデス「原論」はポリス文化の特質を反映しているのである。

注３７）「中国の数学」藪内清。岩波新書、１９７４（藪内清氏は宇宙物理学の研究から、中国科学史に転じられた）

注３８）「オリンピア」村川堅太郎、中公新書、１９６３（ポリス市民たちの精神的特徴がよく現れている）

注３９）アーノルド・トインビー「歴史の研究」においても、後進の文化が先進の文化を凌駕してゆく過程が語られている。

注４０）「ギリシア数学の始原」サボー、玉川大学出版部、１９７８（学説史的な批判はあるが、いつ読んでも感動を与える）

追記）最後に、劉徽の数学思想や術数学については、訳者でもある川原秀城氏に有益な助言を頂きました。　ここに記して感謝致します。