Г.П.マトヴィエフスカヤ著『中世・西アジアの数についての研究』紹介

保坂秀正

0.　はじめに

小論は、2012年発行の次の本の紹介を目的とするものである。

Физико-Математическое　Наследие　　　　　Г.П.Матвиевская

『УЧЕНИЕ О ЧИСЛЕ на средневековом Ближнем и Среднем Востоке』

（物理・数学叢書　ゲ．ペ．マトヴィエフスカヤ著

『西アジアにおける中世の数概念の研究』)

ここで「西アジアに」と訳した元は、そのまま訳せば「近東及び中東」であって、「近くの東洋と中ほどの東洋」というような意味であり、「いかにもヨーロッパ中心主義」という響きで相応しくないので、変更して訳してみた次第である。

本文は、イスラム圏の、スペインやモロッコから、サマルカンドやインドまで含む広大な地域の数学についてその中世の有り様を考察しており、メソポタミア、エジプト、ギリシア、ローマなどの数学などがどのような形で影響を受けながら（つまり、拝火教などの宗教、医学や化学や錬金術や天文学や地理学や測定技術や暦など）あるいは、それらを発展させて、後の世のヨーロッパなどに影響していったのかということについて述べている。本文の強調しているのは、これまで言われることが多かった、「ギリシアまでの数学を近代ヨーロッパに継承させてきた中継点」という役割ではなく、独自の科学の発展を作りだしていたということであり、内容、人について具体的に述べている。

この本について全般的には原書やその訳書（未邦訳と思う）を見て頂くことにして、ここでは次の2点を、この本を手がかりに、数学教育の問題としての数学史を考えてみたい。

① 人名「アル・フワリーズミー」などと書かれているものを「アル・ホレズミ」で統一したい。

② 初等教育で言われてきた「四則演算」を「六則演算」と拡大したい。

①については、世界史の教科書（たとえば第一学習社『世界史B』;「フワーリズミー」など）にも、数学関連の雑誌（たとえば『数学セミナー』2016年2月号表紙;「モハメド・イブン・ムサ・アル・フワリーズミー」)

にも登場するが、その名称はアラビア語からラテン語へ、さらにヨーロッパ各国へ伝播されたもので、なるべく出生地の呼び方に近い表現で表記するという最近の常識と、ずれているようである。この点を深めてみたい。

② について。現在日本では初等学校は正の有理数の加減乗除を学ぶ。中学校で平方根を、高校で有理数の指数で表される数を学ぶが、高校は選択の幅が大きくなっていて、べきやべき根を学ぶ生徒の数が減っている。一方で自然災害や原発事故など増加して、指数関数での変化の重要性が増している。学習指導要領で「生きる力」を強調しても現代社会はその判断力をもつに至っていないように思われる。相乗平均、無理数、べき、べき根、指数、対数などを、現代を生きる人たちの基礎力として考えたい。そうした概念はどのように発展してきたのか、平方根の記号はヨーロッパでの数学の発展を待つことになるが、実際の考え方としての鍵を握るのは中世アラビアの数学であることを、この本を通じて見てみたい。

1. ホレズム出身の男「アル・ホレズミ」

1.1 まず、標題の本で、この人物についての紹介を見てみよう。（原著80頁）

2．ムハッマド・イブン・ムサ・アル-ホレズミ（ホレズム出身のムサの息子ムハッマド、フワーリズミーとか呼ばれたりしている；訳注）［98、174、197、263、276、302、323、330、332、349、350、376、384、411、434、440、442、450、461、469、493、500、514、556、558、560、562、563、576、579、623、625、627、630、634、635（原文は535だが、順序、著者、文献名から誤植と思い、直した；訳注）、683、694、703、709、710、715、726、727、745、749、755、758、771、774、780、810、853、871、1004、1005］9世紀の中央アジアの著名な学者。ホレズムで生まれた。その生涯の多くの部分をバクダッドのアル-マムンの宮廷で過ごした。数学、理論的天文学と実用的天文学、地理学についての豊富な著作の著者である。彼の『大地の地図の本』は地理についての最初のアラビア語の著書であるが、この科学の発展に強力な影響を与えた［193、197、710、715］。

天文学者として、地球の子午線の１度の長さの測定に関与した[411]。天文学の歴史での彼の主な功績は三角比の表と天文学の表に集約されるが、それらは（ラテン語に翻訳されて）この分野での中世の研究の基礎になった。

アル-ホレズミの最大の名誉は２巻の数学の著作『インドの数学についての本』と『アルゲブラとアルムカバラの本』（第４，５章参照）の著者であったことである。

少し説明を加えると、太字にしているのはふつう用いられる呼称、(　)内は訳者の説明等、[　]は関連文献番号で巻末に 1039（ロシア文字 393、残りはラテン文字）の文献があげられている。第２章§２でのこのような名前の簡単な説明（いわゆる登場人物紹介）とそれ以下の各章、各節に文献に基づく内容紹介がある。

この本の、ここで引用した部分（第１章§３）には、この本に登場する 66 人の人物紹介が行われ（80-93 頁)、その後、個々の著者の業績の紹介がある。アル-ホレズミについては

第４章　実用算術　§２．実用算術についての著作　において

アル-ホレズミ「インド人の計算について」(129－131 頁)、

第５章　代数　§２．代数についての著作　　において

アル-ホレズミ「アルゲブラとアルムカバラについての簡潔な本」（163-170 頁）

で紹介されており、そのほかにも他の人の著作照会でも多く引用されている。継続的に発展したことがわかる記述である。

1.2　ロシア教員向け雑誌の記述から

ここでソ連時代からロシアで継続的に読まれている『学校の数学』1983 年№３から、アル・ホレズミに関する Б.А.ローゼンフェルドの論文を見てみたい。〈数学知識の発展史概説〉のコーナーの記事「ムハッマド・イブン・ムサ・アル-ホレズミ（その誕生から 1200 年に向けて)」と題する文章の最初の部分である。

「1983年に、ソヴィエトの民族で進歩的な人は世界の科学の巨匠の一人であるムハッマド・イブン・ムサ・アル-ホレズミの誕生の日から1200年であることに気づく。アル-ホレズミの誕生と逝去の正確な日はわれわれにわかっていない、しかし彼が780-785年の間に生まれ、850年頃亡くなることはわかっている。

この注目すべき学者の生国は（その名から明らかのように）ホレズムであって、そこは中央アジアの最も古い文化的な国家であった。現在、その領域はウズベキスタンのホレズム州、カラカルパクスキ自治共和国、トルクメニスタンのタシトウズ州に含まれている。アル-ホレズミの時代にはホレズムの首都はキャトの町(現在のビルニ)にあり、ホレズムの人はイラン語グループに類する、現在のコーカサス語の親戚の言語を話した。その後、民族間の混交の結果、チュルク語を話す人たちによってこの地域の現在の言語が作られた。

（『Математика в Школе』1983年№.3．46頁　Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми(К 1200-летию со дня рождения) Б.А.Розенфельд (Москва)－保坂訳

この文章では、この後、アル-ホレズミの生涯や活動について述べているが、その業績として4点をあげている。

① すべての数を、9つの数字と零を表す記号を用いて表したこと（インドに伝わる数字を紹介した）→十進位取り記数法の確立
② 数において成り立つ規則を一般的に考察したこと→代数学の基礎付け
③ 天文学を研究し、三角法を用いたこと
④ 地理学の創始者で、名称〈半島〉を用いたこと（インドへ旅行、バクダッドで働く）

この人の名称及び業績、周辺の言語に関する記述は次の文章も参照のこと。
ユーラシア数学教育研究会機関誌『ルーチシェ』2016年春号
「アル・ホレズミについて」　保坂秀正
（『カジョリ初等数学史』小倉金之助補訳に関連する記述）

1.3　学校教育の中での数学史の考え方に関連して

数学教育に数学史をどのように生かしていくかについては稿を改めるが、Б．В．グネヂェンコがモスクワ大学物理-数学学部の新入生に行った講義から、その数学史に関連する部分を引用して参考としたい。

Б.В.Гнеденко 『БЕСЕДЫ О МАТЕМАТИКЕ, МАТЕМАТИКАХ И МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ МГУ』 ФМН Математика История математика URSS 2009（1993-1994 の記述）

標題『数学、数学者たち、モスクワ大学力学-数学学部についての対話』〈物理数学遺産〉と称するシリーズの１冊である。URSS 出版社刊。

著者のグネヂェンコ（1912-1995）は、日本では確率論学者としてよく知られているが、数学史の学者でもあって、その最初の出版は出版シリーズの『ロシアにおける数学史概説』で、さまざまな分野の研究をしていて時々数学史に戻ってくる数学史家である。それだけでなく、学校の教科書評価委員会の委員長も勤めた数学教育の専門家でもある多面的に活躍する数学者である。

ここに示した本の中で数学史の意味や役割、視点についてまとめていて、参考になると思われるので、訳して引用してみる（原文 81 頁、保坂訳）。

> 私の経験を検証しましょう。数学史の教程の準備教育と読み物はもっとも難しい教育的責務の一つで、この教程への準備教育は何年かの支えの仕事といくつかの全生活の期間が必要です。問題は次のことにあります、数学史の教程には創造者の名称だけでなく、出発点となる考えも必要で、その概念が科学を発展させ、この時代の社会生活の問題と結びついた基本概念の定式化の歴史も説明する必要があるということです。解明する必要があるのは、解明されている科学が大きな発見の境界面でなぜ認められ、留められて、その後長期間に渡って前進しないのはなぜかです。進歩は、必要な概念や表示の作成ではなかったそれゆえに減速させられました。
>
> しかしこうしたことは希です。必要なことは、毎日の生活で生ずる実際の課題に数学の進歩を深く結びつけて解明することです。このことは数学の大きな領域も、個々のその問題も、関係しています。望ましいのは、数学の発展が科学の優れた代表者に一致するように、学生の意識の前に、原初的考え方から理論の発展にまで至る数学の生成の

地図を生じさせるようにすることです。

数学史の教程は一連の目標を追求します。そのいくつかを枚挙します。

1．数学の来し方の道を説明すること

2．数学の容量の拡張に基づいて実際応用の役割とその技術的進歩を解明すること

3．新しい概念の逐次的定式化の方法を解明すること

4．この世の周りのことの認識における数学の役割を解明すること

5．世界文化の歴史における数学史の位置を解明すること

6．放棄された科学的発見の復興において数学史の知識を反映させること

7．数学そのものへの生徒の関心を深めるときの数学者たちの役割を解明すること

8．思考進歩の認識における数学史の役割についての問題をとり上げること

実際応用に言及している問題のほとんどの部分はまだ研究されていません。

現在、私たちが考えているのは、中等学校の教師のための数学史の講義サイクルの組織化とこのサイクルの作業をセミナーの仕事の継続で、数学史についての教師のための本の創造を目的にするものです。この講義とセミナーのサイクルに基づいて、私たちは、学生たちも数学史に魅了されるように招いていくでしょう。こうしたセミナーは総合大学の教育系教師や教育大学の教師にも入っているであろうと考えています。数学史についてのセミナー参加者たちは修士課程修了の後、総合大学や教育大学を含めた大学の教師の仕事に従事するでしょう。計画したセミナーの作業は参加者たちが数学史の教程の内容を定式化することへ導き、目標である世界文化の研究の問題へと近づけていきます。

1.4　十進位取り記数法について

アル・ホレズミは、９つの数字と零を表す記号を用いてすべての数を表す基礎を作った。ヨーロッパではそれを受け入れ、インド・アラビア数字

による十進位取り記数法の体系が確立し（おもにフランス革命期)、全世界に広まっていった。日本では学校教育の普及とともにこの体系が広まった。日本の文章記述も「右側から縦書き」から「上側から横書き」の体系も、算数、理科、から他の多くの教科目へも広がり、現在では、日本語の書式も替わってきている。

このシンポジウムでは次の例を引いて、現在の記述について考えてみた。

例.「2000年くらい前、アルキメデスは・・・」について

教科書展示会へ行って「算数」の教科書を見ていた。標記の記述があった。シラクサのアルキメデスについては紀元前287-212年といわれていて、生年については「？」がつくものの、没年についてはシラクサがローマに滅ぼされた年だからほぼ確定的である。没年は今（2016年）から言えば2228年前のこととなる。生年を数えれば2303年前ということになる。この人を「2000年くらい前」と表現するのはいかがなものか。

学生に聞いてみた（2015年度)。「2000年くらい前とはいつ頃をイメージするか」。

①紀元10-20年　②紀元前35年～紀元65年、③紀元前485年～紀元515年

質問の要旨は数2000のどこまでが有効数字に見えるかという挙手アンケートである。学生の答えは、①がわずか、②が多く、③がわずかだった。教科書のこの表記は学生の感覚に合っていない。「先生は？」と聞かれて「②かな、2桁位は正しいと思うね」と答えた。

日本の小学校の教科書は19世紀には縦書きだった。国定教科書になって「算術」は横書きになった。縦書きで「二千」と書いていた数を、横書きにしたとき表記は2000とするが、イメージはだいぶ違う。現在、数を縦に書くことは少ないので、教科書に書くとき、有効数字を意識した表記が必要なのではないだろうか。

報告の途中で疑問、異議が出た。「東洋（中国を中心として）では十進位取り記数法はずっと昔から存在していて、そのことを学んでの報告にして

もらいたい」。

十進位取り記数法か否かの判定を私は、次の要件を満たすことと考えている。

① 十種類の異なる数字を用いて数を表す（0と、単位1とすると2（＝1+1)、など）

② その数字を用いる位置で数の大きさが変わる（左に1桁動けば10倍、右に2桁動けば百分の1になるなど）

③ 四則（加減乗除）と、できれば、べきとべき根の計算を可能にする

こうした厳しい条件の下では、アル・ホレズミの記数法が最初の十進位取り記数法となる。

ご意見頂いた東洋の縦書き漢数字は、位取り法をもっているが、表記される数字の数は9種類であり、0はまだ用いられていない（計算具ソロバンでは空位が示されるが、縦書き漢数字では表記されない）。したがって、日本では十進位取り記数法を用いるようになったのは明治期に西洋から伝わった横書きの数字記数法を用いるようになったときであると考える。このシンポジウムに明治34年検定の『小學算術』高等科巻三を持参したが、お見せする機会を逸してしまった。この教科書では本文は右から縦書き、数式は別に書かれている。

日本の小学校では、2年生でかけ算九九を習い、3年生で十進位取り記数法としてのかけ算を学ぶ。抽象の程度が上がることになる。したがって九九の表も、2年生では1から9までの直積、3年生では0から9までのかけ算九九の表というように、違っている。3年生で10の段を書いたり、その続きを暗示する表を作っているものもあるが、無駄というより、十進位取り記数法を理解する上で有害である。十進位取り記数法を用いている場合は、100個の積（交換法則を前提にする場合は55個の積）を示しておけば必要十分であることを認識する必要がある。

数学の体系としての十進位取り記数法は、自然言語での十進法、位取り法とは分けて考える必要があると考えている。古来中国を中心とした文化圏では言語として十進法の数体系をもっていた。それに対して印欧語族では多くが20進法の数唱を用いていて、十進法の記数法と20進法の数唱とを結びつけ、さらに、20を越えた十進法の数唱に戻すのに数学教育における最初の困難があるようである。築いてきた文化の問題であるから受け入

れざるを得ないが、学校で学ぶ言語と生活の言語が異なる場合などの教育の困難さを思う。少数民族の伝統をどう守るのだろうか。モスクワ大学の試験は、多民族、多言語の連邦でも、ほとんどロシア語で行われる。

蛇足ながらもう一言。現在、東アジアの国の数学の教科書は「上から横書き」である。これは19世紀後半に日本で「上から横書き」にしたのに倣ったものであるが、十進位取り記数法が普及しそれを記述するのにインド・アラビア数字による表記法の方が計算に、より都合が良かったことがその採用の基礎にあると思われる。

1.5 その他の人名、教科書での事項－人名表記、定理名などの、教科書での方法

最近はそれぞれの人格権を保証したいと思ってか、人名をなるべく現地読みに近づける表記を用いようとしている。親が名づけたように呼ぶことがその人に敬意を示すことになるという考えなのであろう。例えば、世界史の教科書の巻末に「ヨーロッパ人名対照表」という1頁があって、英語、ドイツ語、フランス語、その他の欄があって、順にキャサリン、カタリーナ、カトリーヌ、エカチェリーナ（露）となっていたりする。綴りもそれぞれ、Catherine,Katharina,Catherine,Ekaterina と違っている。同じ名前がだんだん変化していって、それをこの段階で進行状況を是認し表記することになっているものと思われる。表音文字を用いている人たちは聞いた音が変化すれば、程度の差はあれ、変化した通りに文字も替えていくのであろう

数学の教科書も最近は数学史を重視するようになってきている。数学では問題点が顕著になってきている点もある。例をあげてみる。括弧内は、筆者の感想、意見である。

・トレミーと「トレミーの定理」とプトレマイオス『アルマゲスト』
（「プトレマイオス」は世界史の教科書に載っているが、数学で「トレミー」にされているとは載っていない。）

・「ピタゴラスの定理」はメソポタミアでも古代中国でもあった、
（日本でこの名前を用いなくなったのは正解と思う。記述方法、カヴァリエリの定理を使うか否か、何を前提にするのかなどでいろいろで、今年はおりがみを使って小学生に提起してみた。）

・「ルーローの三角形」は「三角形」ではないのに。(用語混乱)
・出身地名(出身地を付した人名で)と人名の不一致例「フワリーズミー」

2．四則演算から六則演算へ

今度は中学、高校の授業で無理数の扱いがどうなっているかから検討したい。視点として、数学をすでに作ってしまってできたものがある人の立場で言っているのか、数学を作りつつある人の立場で言うのか、考察してほしい。

2.0. 数学史関連の困った問題

例１．$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{6}$　の証明

解１．左辺を２乗すると $2\cdot3=6$、右辺は $\left(\sqrt{6}\right)^2=6$ で、どの項も正数だから等しい数である。

根号を初めて学ぶ中学生は、ていねいな（交換法則を満たすことは不問？）教師の説明で、小学校では行わなかった「証明」を学ぶ。しかしなぜ小学校で学んできた「スパイラル方式」に則った、順次獲得させていく方式の学びではないのかとは違和感をもったまま「なぜこれまで学んだようにしないのだろう」という疑問を心に秘めたまま解１を受け入れる？（納得かな？）疑問だが、通過する。

初めて導入する根号をもつ数について、結合法則、交換法則が成り立つか否かについての言及に意味があるのだろうか。整数についての結合、交換法則についてはまとめ的に成立を確認することができる。しかし存在も定かでないものについてその法則性を検討する意味はないのではないだろうか。

解２．$\sqrt{2}=1.4142\cdots$、$\sqrt{3}=1.7320\cdots$ で、$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=2.4495$、一方、$\sqrt{6}=2.4495$。

ま、いいか。計算誤差は多少のことは、いいことにしないと。でもぴったり一致するのかな。一致するということを保証するとはどのようなことなのか。

「納得できる桁数を言ってくれ、そうすれば必要な桁数を計算してその桁数まで等しくなるように計算してみせる方法を示すから」
というのが私の接近法だった。そのためには開平計算のアルゴリズム

がしっかりしていなければならない。現在の教育課程には開平計算はない。従って、実際に計算して確かめることはない。これは説明のための方便と思われる。

さらに計算器が発達している現在では、「計算してみればそうなるから、心配ならやっておくように」ということで、論理ではなく近似計算で支えられるようになっている。数学は論理重視だった、はずだが。

解1はすでに平方根が実数の範囲に存在し､実数の四則演算は交換法則、結合法則等成り立つことを知っている人の解である。正の整数と分数を知っているだけ（のはず）の中学生にはナンノコッチャであり、方法としては自然に、幾何的方法（長方形を描いて対角線を、エウクレイデスの互助法などで表示し、連分数表示する等）か、例2のように計算で近似していく方法かになると私は考えている。無理数の概念やそれを求める方法はどのように形成されてきたのだろうか。それを示すのが標題の本である。

2.1 標題の本の紹介

いくつかのこうした問題意識があって、ヨーロッパの近代科学が発達し、それを日本の数学教育が採り入れてきた方法や内容を、ギリシア→アラビア→ロシアの流れから検討し直してみたいと思う、それに適切と思われる下記の本（2012年第2版、341頁）がある。それを紹介したい。

2.1.1 著者について（本の裏表紙に書かれた著者紹介）

Галина Павловна МАТВИЕВСКАЯ（ガリーナ・パヴロヴナ・マトヴィエフスカヤ）

物理-数学科学博士、ウズベキスタン科学アカデミー会員、国際科学アカデミー正会員

1954年レニングラード大学数学-機械学部卒業、〈数論〉専攻。その後ソ連邦自然科学・技術史科学アカデミーのレニングラード分岐研究所の大学院生。アカデミー会員B.И.スミルノフの指導に沿って偉大な18世紀の数学者レオナルド・オイラーの、文書科学アカデミーの未出版草稿を研究した。

1959年から1994年までウズベキスタン科学アカデミーの数学研究所で仕事したが、そこではアラビア語の数学草稿の研究に基づいて中

世西アジアの数学史の解明に従事していた。1994年からオレンブルク国立教育大学の教授である。

（オイラーの名前はロシア流の原著の書き方のままにした）

2.1.2　このシリーズの紹介－著作などを少し紹介する。

〈URSS〉社の出版目録が各本の巻末3頁に載っている。この本の巻末には、〈物理-数学の遺産；数学（数学史）〉シリーズ29冊、〈数学の歴史と数理哲学〉30冊、〈数論〉14冊、〈物理-数学遺産；数学（数論）〉シリーズ11冊、〈世界の哲学思考の遺産から；哲学〉シリーズ17冊が紹介されている。この本の巻末の総数は98冊である。他の本の巻末には、微積分のシリーズとか、確率論のシリーズとかいろいろあるので、膨大な量の数学関係の出版物が出ている。ちなみに先のグネヂェンコの本(2009年）にある出版目録は全部で6頁、217冊が紹介されている。

この目録の中で、Г.П.マトヴィエフスカヤの本は次の3冊である。

Матвиевская Г.П. Развитие учения о числе в Европе до ＸⅧ века.
（17世紀までのヨーロッパでの数についての研究の発展）

Матвиевская Г.П. Очерки истории тригонометрии.（三角比の歴史概説）

Матвиевская Г.П. Рене Декарт 1596-1650.Жизнь и научное наследие.
（ルネ・デカルト 1596-1650　生涯と科学の遺産）

2.1.3　目次によるこの本の内容紹介

この本の内容（原文ロシア語）紹介－目次を日本語で紹介する

目次内容は以上のようである。この本は物理数学の普及書というシリーズなのだが、内容的には研究書である。研究書が普及書として扱われるところにロシアでの数学史研究の層の厚さ、関心の高さを思い知る。本の構成について注意する点について記したい。

第１章では中世西アジアの文化の基礎になったといわれる古代ギリシアの文化についてまとめている。西洋の数学史の考え方では、中世西アジアの文化は古代ギリシアと近代文化の中継点という位置づけになることが多いのだが、実際にはアレキサンダー東征や拝火教の影響や、インド文明を摂取していく問題、イスラム文化などに因る影響があることに注意する必要があることを述べている（東洋学研究所の意義でもある）。

第２章からは時代で言えば、７世紀から 17 世紀、地域でいえば中国からモロッコまで、数学史の研究について調べてわかっていることを書いている。とくに、第 2 章.3 節では、登場人物一覧として著作の著者 66 名が紹介されている。

2.2 イブン・アル-バグダディ『共測量と非共測量についての論説』について

この本は、その索引で示されるように、数学史上の様々な文献を読んで整理し、その流れを考察した本である。いわば２次資料ということになる。しかし記述資料の根拠はしっかりしていて、納得いきそうな資料説明をしている。例として、イブン・アル-バグダッディについて一部、とりあげる。

2.2.1 イブン・アル-バグダッディについて

この人について人名一覧（本文 84 頁）から抜き書きしてみる。

22. **アブ・アブド–アッラフ・ハサン・イブン・ムハッマド・イブン・ハムラ**（ハムラの息子ムハッマドの息子アブ・アブド–アッラフ・ハサン。**イブン・アル・バグダッディ**とも呼ばれる 10-11 世紀）[289、672、738] 最近まで知られていなかったが、実り豊かに働いていた数学者と天文学者（第 6 章参照）。『原論』の第 10 巻への注釈で、1948 年に出版された『共測量と非共測量について』の著者。合成比についてと天文学の『原論』について他のアラビア語の著者の記述について言及もした。

本名は上記の通り、俗称イブン・アル-バグダッディの方が見やすい。本人がバクダッドの出身なのか、父親が出身であったのかわからないのであるが、バクダッド関連の人である。10-11 世紀の人ということなのでアル-ホレズミからいえば 100 年から 150 年位後の人ということになる。

2.2.2 イブン・アル–バグダッディの著作について

第 6 章§2．エウクレイデスの『原論』第 10 巻への注釈（193 頁）、の項を見ると、「イブン・アル-バクダッディ『共測量と非共測量についての著作』」という項がある（216-229 頁）。この項から著者が代数的数の萌芽についてどのようなことを考えていたかの一端照会したい。人物紹介の本の名称に「の著作」がなくて、第 6 章§2．には「の著作」があるので違う本なのかも知れないが、本文中には説明がないようなので、同一の本と考えておく。本文の訳の最初の部分（216 頁から）と数表現（数をあらわすアラビア文字を根号とインド・アラビア数字におきかえたもの）の部分を紹介しておく。

イブン・アル–バグダッディ『共測量と非共測量についての著作』

アブド・アラッハ・アル-ハサン・イブン・ムハッマド・イブン・ハムラ、イブン・アル-バグダッディとも呼ばれているが、の著作はその著者の名とともに、1948 年ハイデラバードでアラビア語の本として出版されて公に知られるようになった。〔738〕

イブン・アル-バグダダディの名称は、数学史の文献に最近では、アブ-ル-ライハン・ムハッマド・イブン・アハマド・アル-ビルニ

（973-1048）著『インド人のрашикax（筆記法？）について』〔289〕など公にされたことと関連してもう一度現れたが、その本はサビト・イブン・コッラ、アブ・ル・アッバス・アル-ナイリジ、アブ・ヂャファル・アル-ハジン、アブ・サイド・アス-シヂズと並んで合成比の理論についてその先駆者と同時代人の仕事に引用された。その著作の著者であることは何より本当らしい。・・・

数は、何かある同一種の量あるいは別種類の量の全体としてより一般的に定義されます。つまり、４つの別種類の対象、たとえば、人、馬、直線、表面を採れば、個々の、４人の人、４頭の馬、４本の直線、４つの表面、つまり、数４が導かれます。したがって対象のそれぞれの集合は個々の数になります。

正確に位置づけるならば、数と有理量（線分で表示させる）の間の関係、そのことについてイブン・アル-バグダッディは単位の量、簡潔にはそれとその逆、として考えています。つまり、有理量は、$a, an. \frac{a}{n}$ です。ここに $n = 1,2,3,\cdots$。そこには〈分数（доли）〉も追加されています。このように与えられた有理量は数に対する数として相互に関連づけています、つまり、それに対して『原論』第 10 巻の第５命題が正しい。

無理性をイブン・アル-バグダッディは、〈分数〉で現されない量であると考えています。このことは、たとえば、有理量の間の幾何学的平均、２つの継続した数列として相互に関連していると考えています。これらの量は－そう著者は主張するのですが－同じ性質をもっていて、それはエウクレイデスの無理量でもあります。

無理性に向けての幾何学的方法と算術的方法の間の関係を確立するために、数からの根の概念と量からの根の概念を解明します。〈・・・（図 21,22,23 を用いて説明）〉

例を考察して次のように（根号の替わりに０を立てて）表す。

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & \sqrt{5} & \sqrt{6} & \sqrt{7} & \sqrt{8} & 3 \end{array}$$

同様に、第２次の無理性（べき根）について次のように（２重根は２つの０で説明し）表されます。

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	36	49	64	81
4	$\sqrt{17}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{19}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{21}$	$\sqrt{22}$	$\sqrt{23}$	$\sqrt{24}$	5	6	7	8	9
2	$\sqrt{\sqrt{17}}$	$\sqrt{\sqrt{18}}$	$\sqrt{\sqrt{19}}$	$\sqrt{\sqrt{20}}$	$\sqrt{\sqrt{21}}$	$\sqrt{\sqrt{22}}$	$\sqrt{\sqrt{23}}$	$\sqrt{\sqrt{24}}$	$\sqrt{5}$				
$\sqrt{2}$	$\sqrt{\sqrt{\sqrt{17}}}$							$\sqrt{\sqrt{\sqrt{24}}}$	$\sqrt{\sqrt{5}}$				

これから次のような平方、４乗それからそれらの間の幾何平均が考察されています。

1位の桁	2	$\sqrt{\sqrt{32}}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{\sqrt{128}}$	4	$\sqrt{\sqrt{512}}$	$\sqrt{32}$	$\sqrt{\sqrt{2048}}$	8
２位の桁	4	$\sqrt{32}$	8	$\sqrt{138}$	16	$\sqrt{512}$	32	$\sqrt{2048}$	64
３位の桁	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

この表から次の関係が成り立つ。

$$\frac{2}{\sqrt{\sqrt{32}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{32}}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{\sqrt{128}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{128}}}{4}=\frac{4}{\sqrt{\sqrt{512}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{512}}}{\sqrt{32}}=\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{\sqrt{2048}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{2048}}}{8}$$

（原文では４番目の「＝」が欠けているので補った；訳注）

この式から次の関係式が出ます。

１） $2\sqrt{8}=\sqrt{32}$　　２） $\sqrt{\sqrt{32}}\cdot\sqrt{\sqrt{128}}=8$　　３） $\sqrt{8}\cdot 4=\sqrt{128}$

４） $\sqrt{32}\cdot\sqrt{128}=64$　　５） $\sqrt{128}\cdot\sqrt{512}=256$　　６） $\sqrt{\sqrt{128}}\cdot\sqrt{\sqrt{2048}}=\sqrt{512}$

７） $\sqrt{32}\cdot\sqrt{128}=64$　　８） $\sqrt{128}\cdot\sqrt{512}=256$　　９） $\sqrt{512}\cdot\sqrt{2048}=1024$

が得られます。同様にしてその他の数値についても考察されます。

こうして、べき、べき根の間の関係からその数値を求める方法が示されます。(1) については、原典 226 頁で、左辺の根号内が 18 になっていますが、誤りと思い、修正しました)。詳細については原典参照。

こうした個々の計算を踏まえて、次のような例や規則が示される。

$\sqrt{10}:\sqrt{5}=\sqrt{\frac{2}{5}}$、$\sqrt[6]{20}\cdot 5=\sqrt[4]{12500}$、$5:\sqrt[4]{20}=\sqrt[4]{31\frac{1}{4}}$ など

$\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{50}$、$\sqrt{10}\cdot\sqrt[4]{5}=\sqrt[4]{500}$、$\sqrt[4]{10}\cdot\sqrt{20}=\sqrt[4]{4000}$

（最初の例の左辺は$\sqrt{10}:5$ではないかと思ったが、直してない。「：」は日本流に書けば「÷」である。引用は原著 221-228 頁）

本文中にある註の参考文献について書いておく。いずれも筆者の手には入っていなくて、読んでいない。読んで紹介していただけたらと思う。

289 Розенфельдъ Б.А. Книга Абу-р-Райхана Мухаммад ибн Ахмада ал-Ьируни об индийских рашках.перевод и примечания.В сб. 《Из истории науки и техники в Странах Востока》 .вып.Ш.М.1963.

672 Krause M. Stambuler Handschliften islamischer Mathematiker ,Quellen u. Stud zur Gesch.d.Math.d.math.,Astron.Phys.,Bd 3,Abt.B,HftⅡ,1936,437-532

738 Ar-rasailu'l-mutafarriqa fi-i-chai'at li-il-mutaqaddimin wa mu'asiray il-Biruni,
Osmania Oriental Publications Bureau,Hyderabad-Deccan,1948

本文はまだまだ続く。要はこの時代（イブン・アルバクダッディ（10-11世紀）の時代）にこのような問題について考察が行われていたということである。無理数の研究はヨーロッパへの伝播の行われた後に考察されたと思われていたのだが、1948 年に出版されたアラビア語の出版物であったということである。

少し注意しておく必要がある。このロシア語の本では翻訳のおりに現代風の記号（平方根号など）に直してある。直さない前にどのように書いてあったかは、どのように表示したのかについては、130 頁のアラビア文字対応表や 189 頁の根号や文字との対応表などから推察ことになり、全体的にどのような見えになるかは原著 232 頁のアト-トゥシの著作から想像することになるであろう。

３．おわりに

小論では、中世、西アジアなどのイスラム圏で、エジプト、メソポタミア、古代ギリシア、ローマ、インドなどで生じていた数学が総合して醸造され、その後のヨーロッパなどに影響を与えてきた様子を、数、十進位取り記数法と無理数の起源といった点に焦点をあてて考察してみた。この本で述べている数学の範囲に較べごく一部を紹介してみたに過ぎない。原書

を読めばどのような文化背景、文化状況のもとで数学が形成されてきたか、それがどのようにして続く西ヨーロッパの近代科学の基礎になっていったかの手がかりが得られるものと思われる。

蛇足ながら、筆者は十進位取り記数法がインドから伝えられた数字を用いて生成されたというとき、インドで用いられていた数字がインド固有のものだったと思っていない。印欧語族の数唱は十進法とはいえ多く 20 までで区切りとしている。インドは中国とどのように交流していたのか、中国出身で 16 年間インドにいて中国へ戻り、仏典を伝えたという玄奘三蔵に、仏典の巻数の表示方法などでインドへ行ってから変化があったのか聞いてみるとよいのかもしれない。

また、有理数の扱いについて、小数展開したときに循環するか否かを視点において教育内容を再編成してみるなど、あるいは、中学で自然数べきと根号表記を、高校で負と分数の指数に広げる状況から、小学校、中学校、高校通しで小数の表記の指数を導入する可能性を検討してみることが必要になっているように思われる。

〔文献〕

1.『УЧЕНИЕ О ЧИСЛЕ на средневековом Ближнем и Среднем Востоке』 Г.П.Матвиевская Физико-Математическое Наследие

2. 『БЕСЕДЫ О МАТЕМАТИКЕ, МАТЕМАТИКАХ И МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ МГУ』 Б.В.Гнеденко ФМН Математика История математика URSS 2009

3.「モハメド・イブン・ムサ・アル・フワリーズミー」熊原啓作 『数学セミナー』2016 年 2 月号表紙；

4. 明治 34 年検定の『小學算術』高等科巻三

5.「Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми(К 1200-летию со дня рождения)」 Б.А.Розенфельд 『Математика в Школе』1983 年№.3. 46 頁 (Москва)